

Für alle $\Gamma, \Gamma' \subseteq_e \text{FO}[\sigma]$, alle $\varphi, \psi, \chi \in \text{FO}[\sigma]$, alle $t, u \in \text{T}_\sigma$ und alle $x, y \in \text{VAR}$ betrachten wir die folgenden Sequenzenregeln:

- *Voraussetzungsregel (V), Erweiterungsregel (E)*:

$$\frac{}{\Gamma, \varphi \vdash \varphi} \quad \frac{\Gamma \vdash \varphi}{\Gamma' \vdash \varphi} \quad \text{falls } \Gamma \subseteq \Gamma'$$

- *Fallunterscheidungsregel (FU), Widerspruchsregel (W)*:

$$\frac{\Gamma, \psi \vdash \varphi}{\Gamma \vdash \varphi} \quad \frac{\Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \neg \psi} \quad (\text{für alle } \varphi \in \text{FO}[\sigma])$$

- \wedge -Einführung ($\wedge S$), ($\wedge A_1$), ($\wedge A_2$):

$$\frac{\Gamma \vdash \varphi \quad \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\varphi \wedge \psi)} \quad \frac{\Gamma, \varphi \vdash \chi}{\Gamma, (\varphi \wedge \psi) \vdash \chi} \quad \frac{\Gamma, \psi \vdash \chi}{\Gamma, (\varphi \wedge \psi) \vdash \chi}$$

- \vee -Einführung ($\vee S_1$), ($\vee S_2$), ($\vee A$):

$$\frac{\Gamma \vdash \varphi}{\Gamma \vdash (\varphi \vee \psi)} \quad \frac{\Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\varphi \vee \psi)} \quad \frac{\Gamma, \varphi \vdash \chi \quad \Gamma, \psi \vdash \chi}{\Gamma, (\varphi \vee \psi) \vdash \chi}$$

- \forall -Einführung ($\forall A$), ($\forall S$):

$$\frac{\Gamma, \varphi_x^t \vdash \psi}{\Gamma, \forall x \varphi \vdash \psi} \quad \frac{\Gamma \vdash \varphi_x^y}{\Gamma \vdash \forall x \varphi} \quad \text{falls } y \notin \text{frei}(\Gamma, \forall x \varphi)$$

- \exists -Einführung ($\exists A$), ($\exists S$):

$$\frac{\Gamma, \varphi_x^y \vdash \psi}{\Gamma, \exists x \varphi \vdash \psi} \quad \text{falls } y \notin \text{frei}(\Gamma, \exists x \varphi, \psi) \quad \frac{\Gamma \vdash \varphi_x^t}{\Gamma \vdash \exists x \varphi}$$

- *Reflexivität der Gleichheit (G) und Substitutionsregel (S)*:

$$\frac{}{\Gamma \vdash t=t} \quad \frac{\Gamma \vdash \varphi_x^t}{\Gamma, t=u \vdash \varphi_x^u}$$