

# Einführung in die Datenbanktheorie

Wintersemester 2018/2019

## Übungsblatt 4

**Bearbeitung:** in der Übung am 6. Dezember 2018

**Aufgabe 1:** **(15 Punkte)**

Zeigen Sie für Theorem 3.30 die Richtung  $(d) \rightsquigarrow (a)$ , d.h. zeigen Sie, dass zu jeder erfüllbaren Anfrage der SPC-Algebra eine regelbasierte konjunktive Anfrage existiert, welche die selbe Anfragefunktion ausdrückt, und dass ein Algorithmus existiert, der selbige in polynomieller Zeit berechnet.

**Aufgabe 2:** **(10 + 10 + 5 Punkte)**

Betrachten Sie die beiden folgenden Tableauanfragen  $Q_1 := (\mathbf{T}', u')$  und  $Q_2 := (\mathbf{T}'', u'')$ , wobei  $a$  und  $b$  Konstanten sind,  $u' = u'' = ()$ , sowie

$\mathbf{T}'(R)$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_1</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_3</math></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_3</math></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>a</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_4</math></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_6</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_3</math></td></tr> </table>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_2$	$x_2$	$x_3$	$a$	$x_2$	$x_4$	$x_2$	$x_6$	$x_3$	$\mathbf{T}''(R)$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_3</math></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>a</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_4</math></td></tr> </table>	$x_2$	$x_2$	$x_3$	$a$	$x_2$	$x_4$
$x_1$	$x_2$	$x_3$																			
$x_2$	$x_2$	$x_3$																			
$a$	$x_2$	$x_4$																			
$x_2$	$x_6$	$x_3$																			
$x_2$	$x_2$	$x_3$																			
$a$	$x_2$	$x_4$																			
$\mathbf{T}'(S)$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_4</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_3</math></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_4</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_1</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_5</math></td></tr> </table>	$x_4$	$x_2$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_2$	$x_1$	$x_5$	$\mathbf{T}''(S)$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_4</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_2</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_3</math></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_4</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>b</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_1</math></td><td style="padding: 2px 10px;"><math>x_5</math></td></tr> </table>	$x_4$	$x_2$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$b$	$x_1$	$x_5$		
$x_4$	$x_2$	$x_2$	$x_3$																		
$x_4$	$x_2$	$x_1$	$x_5$																		
$x_4$	$x_2$	$x_2$	$x_3$																		
$x_4$	$b$	$x_1$	$x_5$																		

Ziel der Aufgabe ist es zu entscheiden, ob  $Q_1 \sqsubseteq Q_2$  bzw.  $Q_2 \sqsubseteq Q_1$  gilt.

- (a) Geben Sie die kanonischen Tupel  $u_{Q_2}^{Q_1}$  und  $u_{Q_1}^{Q_2}$ , sowie die kanonischen Datenbanken  $\mathbf{I}_{Q_2}^{Q_1}$  und  $\mathbf{I}_{Q_1}^{Q_2}$  an.
- (b) Entscheiden Sie, ob  $Q_1 \sqsubseteq Q_2$  bzw.  $Q_2 \sqsubseteq Q_1$  gilt.
- (c) Gibt es einen Homomorphismus von  $Q_1$  auf  $Q_2$  bzw. einen Homomorphismus von  $Q_2$  auf  $Q_1$ ? Geben Sie je einen Homomorphismus an oder begründen Sie, warum er nicht existiert.

**Aufgabe 3:****(15 + 15 Punkte)**

Sei  $k$  eine natürliche Zahl  $\geq 1$ . Das Datenbankschema  $\mathbf{S}$  bestehe aus zwei Relationsnamen  $R$  und  $S$  der Stelligkeit  $k$ . Zeigen Sie

- (a) dass es eine SPC[ $\mathbf{S}$ ]-Anfrage  $Q_\cap$  gibt, so dass für alle  $\mathbf{I} \in \text{inst}(\mathbf{S})$  gilt:

$$\llbracket Q_\cap \rrbracket(\mathbf{I}) = \mathbf{I}(R) \cap \mathbf{I}(S)$$

- (b) dass es keine SPC[ $\mathbf{S}$ ]-Anfrage  $Q_\cup$  gibt, so dass für alle  $\mathbf{I} \in \text{inst}(\mathbf{S})$  gilt:

$$\llbracket Q_\cup \rrbracket(\mathbf{I}) = \mathbf{I}(R) \cup \mathbf{I}(S).$$

**Aufgabe 4:****(5 + 10 + 10 + 5 Punkte)**

Betrachten Sie die beiden folgenden regelbasierten konjunktiven Anfragen  $Q_1$  und  $Q_2$  (wobei  $a$ ,  $b$  und  $c$  Konstanten sind):

$$\text{Ans}() \leftarrow R(a, x_3, x_5, x_2), R(x_1, a, x_2, x_4), S(x_3, x_4, x_1), S(x_3, x_2, x_1)$$

$$\text{Ans}() \leftarrow R(y_1, a, y_4, y_4), R(a, a, b, y_4), R(y_1, y_1, b, y_4), S(a, y_4, a), S(a, y_4, y_1)$$

- (a) Stellen Sie  $Q_1$  und  $Q_2$  als Tableau-Anfragen  $Q'_1$  und  $Q'_2$  dar.
- (b) Geben Sie die kanonischen Tupel  $u_{Q'_1}^{Q'_1}$  und  $u_{Q'_2}^{Q'_2}$ , sowie die kanonischen Datenbanken  $\mathbf{I}_{Q'_1}^{Q'_1}$  und  $\mathbf{I}_{Q'_2}^{Q'_2}$  an.
- (c) Gibt es einen Homomorphismus von  $Q'_1$  auf  $Q'_2$  bzw. einen Homomorphismus von  $Q'_2$  auf  $Q'_1$ ? Geben Sie je einen Homomorphismus an oder begründen Sie, warum er nicht existiert.
- (d) Entscheiden Sie, ob  $Q_1 \sqsubseteq Q_2$  bzw.  $Q_2 \sqsubseteq Q_1$  gilt.