

Logik in der Informatik

Wintersemester 2016/2017

Teillösung von Übungsblatt 2

Aufgabe 1:

(28 Punkte)

Es ist ein gut behütetes Geheimnis, dass Willy und Kate heimlich einen katzenliebenden und gefräßigen Außerirdischen beherbergen. Halloween ist seine einzige Chance das Haus zu verlassen, da er sich dann einen Reißverschluss ankleben und so tun kann, als wäre er ein Kind in einer skurrilen Verkleidung, das Süßigkeiten sammelt.

Es versteht sich von selbst, dass der Außerirdische bei dieser Gelegenheit eine möglichst große Ausbeute an Süßigkeiten und Katzen machen möchte. Um sein Vorhaben im Detail zu planen, teilt er seine Stadt zunächst in 30 mal 30 Parzellen ein. Alle Parzellen stellen Grundstücke dar, wobei ein Grundstück $\langle i, j \rangle$ mit $i, j \in \{1, 2, \dots, 30\}$ benachbart ist zu den Grundstücken $\langle i-1, j \rangle$, $\langle i+1, j \rangle$, $\langle i, j-1 \rangle$ und $\langle i, j+1 \rangle$. Grundstücke am Rande der Stadt haben natürlich weniger als vier Nachbarn.

Jedes Grundstück hat genau einen Bewohner. Jeder dieser Bewohner kann ein *Angsthase*, eine *nette Oma*, ein *Geizhals* oder ein *Katzenliebhaber* sein. Er kann aber auch keiner dieser Kategorien angehören oder mehreren.

Für den Außerirdischen ist die Ausbeute bei netten Omas und Katzenliebhabern deutlich größer als bei den anderen Kategorien.

Um einen Plan über die erwartete Beute in den Grundstücken zu erstellen, benutzt der Außerirdische Aussagensymbole $A_{i,j}$, $O_{i,j}$, $G_{i,j}$ und $K_{i,j}$ mit $i, j \in \{1, 2, \dots, 30\}$. Hierzu beschreibt $G_{7,11}$, dass der Bewohner von Grundstück $\langle 7, 11 \rangle$ ein Geizhals ist. Die anderen Aussagensymbole sind analog definiert.

Um nun einen solchen Plan erstellen zu können, führt der Außerirdische eine Telefonumfrage durch.

- (a) Stellen Sie eine Formel φ_1 auf, die repräsentiert, dass der Bewohner jedes Grundstücks zu genau einer der vier Kategorien gehört.

Lösung:

$$\begin{aligned} \varphi_1 := \bigwedge_{i,j \in \{1, \dots, 30\}} & \left((A_{i,j} \vee O_{i,j} \vee G_{i,j} \vee K_{i,j}) \wedge \right. \\ & (A_{i,j} \rightarrow (\neg O_{i,j} \wedge \neg G_{i,j} \wedge \neg K_{i,j})) \wedge \\ & (O_{i,j} \rightarrow (\neg A_{i,j} \wedge \neg G_{i,j} \wedge \neg K_{i,j})) \wedge \\ & (G_{i,j} \rightarrow (\neg A_{i,j} \wedge \neg O_{i,j} \wedge \neg K_{i,j})) \wedge \\ & \left. (K_{i,j} \rightarrow (\neg A_{i,j} \wedge \neg O_{i,j} \wedge \neg G_{i,j})) \right) \end{aligned}$$

(b) Sei

$$\varphi_2 := \bigvee_{i,j \in \{2, \dots, 29\}} (K_{i,j} \wedge K_{i-1,j} \wedge K_{i+1,j} \wedge K_{i,j-1} \wedge K_{i,j+1}) .$$

Welche Bedingung wird durch φ_2 repräsentiert?

- (c) Bei der Telefonumfrage stellt der Außerirdische fest, dass Geizhalse aufgrund niedriger Grundstückspreise gerne am Stadtrand wohnen. Stellen Sie eine Formel φ_3 auf, die repräsentiert, dass alle Geizhalse am Stadtrand leben.
- (d) Der Außerirdische stellt darüber hinaus fest, dass Angsthasen, die nicht am Stadtrand wohnen, oftmals Angst vor Katzen haben und außerdem eine nette Oma in der Nähe haben wollen. Stellen Sie eine Formel φ_4 auf, die repräsentiert, dass Angsthasen, die nicht am Stadtrand wohnen, immer eine nette Oma in der Nachbarschaft haben, aber keinen Katzenliebhaber.

Lösung:

$$\begin{aligned} \varphi_4 := \bigwedge_{i,j \in \{2, \dots, 29\}} & \left(A_{i,j} \rightarrow \left((O_{i-1,j} \vee O_{i+1,j} \vee O_{i,j-1} \vee O_{i,j+1}) \right. \right. \\ & \left. \left. \wedge \neg (K_{i-1,j} \vee K_{i+1,j} \vee K_{i,j-1} \vee K_{i,j+1}) \right) \right) \end{aligned}$$