Humboldt-Universität zu Berlin
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

10. Januar 2017

Einführung in die Datenbanktheorie

Wintersemester 2016/2017

Übungsblatt 9

Bearbeitung: *in den Übungen am 18./19. Januar 2017*

Aufgabe 1: (25 Punkte)

Zeigen Sie das Lemma $\bigcirc\!\!\!\!\Delta$ aus der Vorlesung, d.h. zeigen Sie:

Sei $\Sigma \subseteq \textbf{dom}$. Sei $G = (V, \Sigma, S, P)$ eine kontextfreie Grammatik, für die gilt:

(i) Es gibt keine Produktion der Form $X \to \epsilon$, für $X \in V$,

(ii) Es gibt keine Produktion auf deren rechter Seite das Startsymbol S steht.

Sei P_G das Datalog-Programm, welches für jede Produktion $A \to B_1 \cdots B_n$ aus G die Regel

$$R_A(x_1, x_{n+1}) \leftarrow \tilde{B}_1, \ldots, \tilde{B}_n \quad \text{mit} \quad \tilde{B}_i := \begin{cases} E(x_i, b, x_{i+1}) & \text{falls } B_i = b \in \Sigma \\ R_X(x_i, x_{i+1}) & \text{falls } B_i = X \in V \end{cases}$$

enthält. Sei $m \geq 1$ und seien $a_1, \ldots, a_m, b_1, \ldots, b_{m-1} \in \textbf{dom}$. Dann gilt:

$b_1 \cdots b_{m-1} \in L(G) \quad \Leftrightarrow$ Es gibt einen Beweisbaum für das Faktum $R_S(a_1, a_m)$ bzgl P_G, dessen Blätter mit den Fakten $E(a_1, b_1, a_2), E(a_2, b_2, a_3), \ldots, E(a_{m-1}, b_{m-1}, a_m)$ markiert sind.

Aufgabe 2: (25 Punkte)

Zeigen Sie die im Beweis von Theorem 4.16 a) noch fehlende Rückrichtung, die Folgendes besagt:

$$Q_G \sqsubseteq Q_{G'} \;\Rightarrow\; L(G) \subseteq L(G').$$

Aufgabe 3: (25 Punkte)

Zeigen Sie, dass das

BOUNDEDNESS PROBLEM FÜR DATALOG-PROGRAMME *Eingabe:* Datalog-Programm P *Frage:* Ist P beschränkt, d.h. gibt es ein $d \in \mathbb{N}$ so dass $\mathit{Ab\text{-}Stufe}(P, \mathbf{I}) \leqslant d$ für alle $\mathbf{I} \in \mathit{inst}(\mathit{edb}(P))$?

unentscheidbar ist.

Aufgabe 4: (25 Punkte)

Zu jedem nicht leeren, ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ modellieren wir eine Datenbankinstanz $\mathbf{I}_G$ vom Schema $\{E\}$, derart dass $\{u, v\} \in E$ genau dann, wenn die Tupel $(u, v), (v, u)$ in $\mathbf{I}(E)$ sind.

(a) Geben Sie für jedes $n \in \mathbb{N}_{\geqslant 1}$ ein nr-Datalog-Programm P_n von der Größe $\mathcal{O}(n)$ und eine Anfrage $Q_n = (P_n, \mathit{Ans}_n)$, so dass für jeden nicht leeren, ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ und alle Knoten $v_1, v_2 \in V$ gilt:

$$(v_1, v_2) \in [\![Q]\!](\mathbf{I}_G) \iff \begin{array}{c}\text{es existiert ein Weg der Länge höchstens } 2^n \\ \text{von } v_1 \text{ nach } v_2 \text{ in } G.\end{array}$$

(b) Gibt es eine äquivalente Anfrage Q_φ im positiven existentiellen Kalkül PE-CALC$_{adom}$ der Größe $\mathcal{O}(n)$? Zeigen Sie, dass Ihre Antwort korrekt ist.