Humboldt-Universität zu Berlin
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

4. Januar 2017

Einführung in die Datenbanktheorie

Wintersemester 2016/2017

Übungsblatt 8

Bearbeitung: *in den Übungen am 11./12. Januar 2017*

Aufgabe 1: (25 Punkte)

Zeigen Sie, dass das folgende AUSWERTUNGSPROBLEM FÜR BOOLESCHE DATALOG-ANFRAGEN (kombinierte Komplexität) EXPTIME-vollständig ist.

AUSWERTUNGSPROBLEM FÜR BOOLESCHE DATALOG-ANFRAGEN
Eingabe: Datalog-Anfrage $Q = (P, R)$, Datenbank $\mathbf{I}$.
Frage: Ist $[\![Q]\!](\mathbf{I}) \neq \emptyset$?

Hierbei ist:

$$\text{EXPTIME} := \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \text{DTIME}(2^{(n^k)}),$$

wobei $\text{DTIME}(2^{(n^k)})$ die Klasse aller Entscheidungsprobleme ist, die von einer deterministischen Turing-Maschine in Zeit $2^{(n^k)}$ gelöst werden können.

Hinweise zur Lösung der Aufgabe finden Sie auf Seite 387 in:

E. Dantsin, T. Eiter, G. Gottlob and A. Voronkov.
Complexity and expressive power of logic programming.
ACM Computing Surveys, Vol. 33, No. 3, pages 374-425. 2001.

Aufgabe 2: (25 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ ein Alphabet. Für ein Wort $w \in \Sigma^*$ gibt $|w|_a$ an, wie oft der Buchstabe a im Wort w vorkommt. Beispielsweise, gilt $|ababba|_a = 3$. Weiterhin sei

$$\mathbf{S}_\Sigma := \{\text{Succ}, \text{Min}, \text{Max}\} \ \cup \ \{P_\alpha \ : \ \alpha \in \Sigma\},$$

wie in der Vorlesung definiert.

(a) Gibt es eine Datalog-Anfrage $Q_1 = (P_1, \mathit{Ans}_1)$ mit $\mathit{edb}(P_1) = \mathbf{S}_\Sigma$, so dass für alle $w \in \Sigma^+$ gilt:

$$[\![Q_1]\!](\mathbf{I}_w) = \text{“ja”} \quad \Longleftrightarrow \quad |w|_a \text{ ist gerade.}$$

(b) Gibt es eine Datalog-Anfrage $Q_2 = (P_2, \mathit{Ans}_2)$ mit $\mathit{edb}(P_2) = \mathbf{S}_\Sigma \setminus \{\text{Min}\}$, so dass für alle $w \in \Sigma^+$ gilt:

$$[\![Q_2]\!](\mathbf{I}_w) = \text{“ja”} \quad \Longleftrightarrow \quad |w|_a \text{ ist gerade.}$$

Aufgabe 3: **(25 Punkte)**

Zeigen Sie Satz 4.9., d.h. zeigen Sie für jedes Datalog-Programm P, alle $\mathbf{J} \in \mathit{inst}(\mathit{sch}(P))$ und alle Fakten $R(t)$ mit $R \in \mathit{sch}(P)$ und $t \in \mathbf{dom}^{\mathrm{ar}(R)}$ gilt:

$$t \in S_P^{\omega}(\mathbf{J})(R) \qquad \Longleftrightarrow \qquad \begin{array}{c}\textit{es gibt einen Beweisbaum}\\ \textit{für } R(t) \textit{ bzgl. } \mathbf{J} \textit{ und } P.\end{array}$$

Aufgabe 4: **(25 Punkte)**

In der Literatur wird die Semantik von Datalog oft durch den Fixpunkt der iterativen Anwendung des T_P-Operators definiert. Für jedes $\mathbf{J} \in \mathit{inst}(\mathit{sch}(P))$ ist dabei

$$T_P^0(\mathbf{J}) := \mathbf{J} \qquad \text{und} \qquad T_P^{i+1}(\mathbf{J}) := T_P(T_P^i(\mathbf{J})).$$

(a) Zeigen Sie, dass für jedes Datalog-Programm P, alle $i \in \mathbb{N}$ und jedes $\mathbf{I} \in \mathit{inst}(\mathit{edb}(P))$ gilt:

$$T_P^i(\hat{\mathbf{I}}) = S_P^i(\hat{\mathbf{I}}).$$

(b) Gilt sogar für alle $\mathbf{J} \in \mathit{inst}(\mathit{sch}(P))$, dass

$$T_P^i(\mathbf{J}) = S_P^i(\mathbf{J}) \text{ ?}$$

Beweisen Sie, dass Ihre Antwort korrekt ist.

Wir wünschen ein gesundes neue Jahr!