

Logik in der Informatik

Wintersemester 2015/2016

Übungsblatt 1

Abgabe: bis 29. Oktober 2015, 13.15 Uhr (vor der Vorlesung oder im Briefkasten zwischen den Räumen 3.401 und 3.402 im Johann von Neumann-Haus (Rudower Chaussee 25))

Bitte beachten Sie für die Abgabe Ihrer Lösung die Vorgaben auf unserer Webseite <http://www2.informatik.hu-berlin.de/logik/lehre/WS15-16/Logik/>.

Für dieses Übungsblatt und **alle** folgenden gilt: Eine Aufgabe gilt nur dann als vollständig bearbeitet, wenn neben der Lösung auch die notwendigen Begründungen angegeben sind – es sei denn, in der Aufgabenstellung steht explizit, dass eine solche Begründung nicht erforderlich ist.

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Welche der folgenden Wörter gehören **gemäß Definition 2.4** zur Menge **AL**? Welche gehören nicht dazu? Sie brauchen Ihre Antworten nicht zu begründen.

- (a) A_{73} (c) $(1 \vee 2)$ (e) $(A_1 = A_2)$
(b) $(1 \wedge 0)$ (d) $\neg\neg\neg A_4$ (f) $((A_1 \rightarrow A_2) \wedge (A_1 \leftarrow A_3))$

Aufgabe 2: (35 Punkte)

(a) Entscheiden Sie für jede der folgenden aussagenlogischen Formeln, ob sie erfüllbar, unerfüllbar und/oder allgemeingültig ist. Geben Sie für jede erfüllbare Formel ein Modell an und für jede nicht allgemeingültige Formel eine Interpretation, die die Formel nicht erfüllt.

- (i) $\varphi_1 := (A_1 \wedge 0)$ (iii) $\varphi_3 := (\neg(A_0 \rightarrow \neg A_1) \rightarrow A_1)$
(ii) $\varphi_2 := ((A_0 \vee A_1) \rightarrow (A_0 \wedge A_1))$ (iv) $\psi_n := \bigwedge_{i=1}^n (A_i \leftrightarrow A_{2i})$ für $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$

(b) Seien φ_1, φ_2 und φ_3 wie in Aufgabenteil (a) definiert und sei $\Phi := \{\varphi_1, \varphi_2\}$. Gilt nun, dass $\Phi \models \varphi_3$? Begründen Sie Ihre Antwort.

(c) Eine natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ heißt *Quadratzahl*, falls es eine Zahl $m \in \mathbb{N}$ gibt mit $n = m^2$. Für jedes $n \in \mathbb{N}$ sei die aussagenlogische Formel φ_n definiert durch

$$\varphi_n := \begin{cases} (A_n \leftrightarrow A_{n^2}), & \text{falls } n \text{ eine Quadratzahl ist} \\ (A_n \leftrightarrow \neg A_{n^2}), & \text{falls } n \text{ keine Quadratzahl ist} \end{cases}$$

und $\Phi := \{\varphi_n : n \in \mathbb{N}\}$. Es ist also beispielsweise $\varphi_0 = (A_0 \leftrightarrow A_0)$, $\varphi_1 = (A_1 \leftrightarrow A_1)$, $\varphi_2 = (A_2 \leftrightarrow \neg A_4)$, $\varphi_3 = (A_3 \leftrightarrow \neg A_9)$, $\varphi_4 = (A_4 \leftrightarrow A_{16})$ und $\varphi_5 = (A_5 \leftrightarrow \neg A_{25})$.

Geben Sie mit Begründung eine Interpretation $\mathcal{I}: \text{AS} \rightarrow \{0, 1\}$ an, so dass gilt: $\mathcal{I} \models \Phi$.

Aufgabe 3: (34 Punkte)

Nach der ersten anstrengenden Semesterwoche überlegen Isabell und ihre Freunde, welche Klubs sie am Donnerstagabend abchecken. Angesagt sind zur Zeit das *Bergsein*, das *Kater Kotzig*, das *Ritter Kahlbutz* und das *Stinkerkranch*.

- I. Klara meint: “Wenn wir ins *Kater Kotzig* gehen, dann will ich aber auf keinen Fall auch noch ins *Ritter Kahlbutz*.”

