

# Einführung in die Datenbanktheorie

Wintersemester 2015/2016

## Übungsblatt 2

**Bearbeitung:** in den Übungen am 4./5. November 2015

*Hinweis:* Für die Lösung der Aufgaben können Sie selbstverständlich alle Resultate aus der Vorlesung und den vorangegangenen Übungen nutzen.

### Aufgabe 1:

(13 + 13 Punkte)

- (a) Entwickeln Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der bei Eingabe einer bereichsbeschränkten regelbasierten konjunktiven Anfrage mit “=” testet, ob diese Anfrage erfüllbar ist.  
Weisen Sie die Korrektheit ihres Algorithmus nach und analysieren Sie dessen Zeitkomplexität.
- (b) Führen Sie die Details zu Beobachtung 3.15 aus, d.h. zeigen Sie, dass jede bereichsbeschränkte regelbasierte Anfrage mit “=” entweder unerfüllbar oder äquivalent zu einer regelbasierten konjunktiven Anfrage (ohne “=”) ist.

### Aufgabe 2:

(25 Punkte)

- (a) Betrachten Sie die beiden regelbasierten konjunktiven Programme  $P'$  und  $P''$ :

$$P' : \quad \begin{aligned} W(x, y) &\leftarrow E(x, z_1), E(z_1, z_2), E(z_2, y) \\ Ans'(x) &\leftarrow W(x, z), W(z, x) \end{aligned}$$

$$P'' : \quad \begin{aligned} F_0(x, y) &\leftarrow E(x, y) \\ F_1(x, y) &\leftarrow F_0(x, z), F_0(z, y) \\ F_2(x, y) &\leftarrow F_1(x, z), F_1(z, y) \\ Ans''(x, y) &\leftarrow F_2(x, z), F_2(z, y) \end{aligned}$$

Beschreiben Sie die Anfragefunktionen, die durch  $P'(Ans')$  und  $P''(Ans'')$  definiert werden in Worten und wandeln Sie diese jeweils in eine äquivalente regelbasierte konjunktive Anfrage (mit “=”) um.

- (b) Entwickeln Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der bei Eingabe eines regelbasierten konjunktiven Programms  $P$  und eines idb-Prädikats  $S$  von  $P$  eine zu  $P(S)$  äquivalente regelbasierte konjunktive Anfrage  $Q$  (mit “=”) berechnet.  
Weisen Sie die Korrektheit des Algorithmus nach und analysieren Sie dessen Zeitkomplexität.

**Aufgabe 3:****(25 Punkte)**

Sei  $\mathbf{G}$  ein Datenbankschema, das genau aus dem zweistelligen Relationsnamen  $E$  besteht.

Wir interpretieren Datenbankinstanzen  $\mathbf{I}_{\mathbf{G}}$  vom Schema  $\mathbf{G}$  als gerichtete Graphen mit der Knotenmenge  $\text{adom}(\mathbf{I}_{\mathbf{G}})$  und der Kantenrelation  $\mathbf{I}_E$ . Zeigen Sie, dass die folgende Anfrage nicht durch eine regelbasierte konjunktive Anfrage beschrieben werden kann.

Gib alle Knoten aus, die Ausgangsgrad  $\geq 2$  besitzen.

**Aufgabe 4:****(12 + 12 Punkte)**

Sei  $\mathbf{S}$  ein Datenbankschema, das aus genau einem Relationsnamen  $R$  besteht. Die Stelligkeit von  $R$  sei 1.

Finden Sie eine Funktion  $g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , so dass für alle Werte  $k, n \in \mathbb{N}$ , alle regelbasierten Anfragen  $Q$  vom Schema  $\mathbf{S}$  und alle Datenbanken  $\mathbf{I}$  vom Schema  $\mathbf{S}$  mit  $\|Q\| = k$  und  $\|\mathbf{I}\| = n$  gilt: das Ergebnis  $\llbracket Q \rrbracket(\mathbf{I})$  enthält höchstens  $g(k, n)$  viele verschiedene Tupel.

Zeigen Sie (für alle  $k$  und  $n$ ), dass Ihre obere Schranke tatsächlich erreicht werden kann.