

Logik in der Informatik

Wintersemester 2014/2015

Übungsblatt 10

Abgabe: bis 21. Januar 2015, 9.15 Uhr (vor der Vorlesung oder im Briefkasten zwischen den Räumen 3.401 und 3.402 im Johann von Neumann-Haus (Rudower Chaussee 25))

Aufgabe 1:

(22 Punkte)

(a) Sei $\sigma := \{E, g\}$ eine Signatur mit dem 2-stelligen Relationssymbol E und dem 1-stelligen Funktionssymbol g . Geben Sie für jeden der folgenden $FO[\sigma]$ -Sätze je eine σ -Struktur an, die den Satz erfüllt und eine, die den Satz nicht erfüllt. Die Universen der Strukturen, die Sie angeben, sollen jeweils maximal 3 Elemente besitzen.

(i) $\forall x \neg g(x)=x \wedge \forall x \forall y (E(x, y) \leftrightarrow g(x)=y)$

(ii) $\forall x \forall y \left((\neg g(y)=g(x) \leftrightarrow E(x, y)) \vee (E(x, y) \leftrightarrow \neg E(y, x)) \right)$

(b) Sei $\sigma := \{+, \cdot, \leq, 0, 1\}$. Geben Sie $FO[\sigma]$ -Formeln an, die im Standardmodell $\mathcal{A}_{\mathbb{N}}$ der Arithmetik folgende intuitive Bedeutung haben:

(i) Jede Primzahl ist die Summe zweier Quadratzahlen.

(ii) Es gibt unendlich viele Sophie Germain Primzahlen, d.h. Primzahlen p , so dass $2p + 1$ auch prim ist.

Aufgabe 2:

(30 Punkte)

Betrachten Sie die Kinodatenbank \mathcal{D} aus der Vorlesung.

(a) Geben Sie für die folgenden Anfragen jeweils eine $FO[\sigma_{\text{KINO}}]$ -Formel φ und ein Variablentupel (x_1, \dots, x_n) mit $\text{frei}(\varphi) \subseteq \{x_1, \dots, x_n\}$ an, die die Anfrage beschreiben. Berechnen Sie jeweils auch die Relation $\llbracket \varphi(x_1, \dots, x_n) \rrbracket^{\mathcal{D}}$.

(i) Geben Sie alle Schauspieler aus, die in mindestens einem Film mitspielen, in dem George Clooney mitspielt.

(ii) Geben Sie alle Kinos und deren Adresse aus, in denen um '20:00' ein Film beginnt.

(iii) Geben Sie die Titel aller Filme aus, die in genau einem Kino laufen.

(b) Berechnen Sie die Relationen $\llbracket \varphi_1(x) \rrbracket^{\mathcal{D}}$, $\llbracket \varphi_2(x_1, x_2) \rrbracket^{\mathcal{D}}$, $\llbracket \varphi_3(x_1, x_2, x_3, x_4) \rrbracket^{\mathcal{D}}$ und geben Sie umgangssprachlich an, welche Anfragen durch die Formeln φ_1 , φ_2 und φ_3 beschrieben werden.

(i) $\varphi_1 := \exists x_Z R_{Prog}(x, 'Alien', x_Z)$

(ii) $\varphi_2 := \exists x_A \exists x_T (R_{Kino}(x_1, x_A, x_2, x_T) \wedge \exists x_R \exists x_S R_{Film}(x_1, x_R, x_S))$

(iii) $\varphi_3 := \left(\exists x_T R_{Kino}(x_1, x_2, x_3, x_T) \wedge \exists x_Z_1 (R_{Prog}(x_1, x_4, x_Z_1) \wedge \forall x_K \forall x_Z_2 (R_{Prog}(x_K, x_4, x_Z_2) \rightarrow x_K=x_1)) \right)$

Aufgabe 3:

(23 Punkte)

Sei $\sigma := \{E/2\}$. Betrachten Sie die folgenden Graphen \mathcal{A} und \mathcal{B} :



- (a) Welches ist das kleinste m , so dass Spoiler eine Gewinnstrategie im m -Runden Ehrenfeucht-Fraïssé Spiel auf \mathcal{A} und \mathcal{B} hat? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie eine Gewinnstrategie für Spoiler im m -Runden Ehrenfeucht-Fraïssé Spiel und eine Gewinnstrategie für Duplicator im $(m-1)$ -Runden Ehrenfeucht-Fraïssé Spiel beschreiben.
- (b) Finden Sie für Ihre Antwort m aus Teil (a) einen FO[σ]-Satz ψ der Quantorentiefe m , so dass $\mathcal{A} \models \psi$ und $\mathcal{B} \models \neg\psi$.

Aufgabe 4:

(25 Punkte)

Lesen Sie Kapitel 12 aus dem Buch “Learn Prolog Now!”.

Achtung: Die Bearbeitung der folgenden Aufgabe ist in einer Datei `dimacs.pl` digital über das GOYA-System abzugeben!

- (a) Erzeugen Sie in einer Datei `dimacs.pl` ein Modul mit dem Namen `dimacs`, welches ein Prädikat namens `write_dimacs/3` exportiert.
- (b) Importieren Sie in dieses Modul die Prädikate `cnf2list/2` und `cardof_as_in_cnf/2` aus dem Modul `cnf`, welches Sie unter <http://www2.informatik.hu-berlin.de/logik/lehre/WS14-15/Logik/downloads/cnf.pl> auf der Webseite der Vorlesung herunterladen können. Machen Sie sich mit diesen Prädikaten vertraut.
- (c) Schreiben Sie ein Prädikat `write_clause/2`, so dass `write_clause(S, L)` die Elemente der Liste `L` durch Leerzeichen voneinander getrennt und am Ende der Liste gefolgt von einer 0 und einem Zeilenumbruch auf den Stream `S` ausgibt. Beispielsweise sollte der Aufruf `write_clause(S, [-1, 2, 3])` auf einem Stream `S` zu folgender Ausgabe führen:
-1 2 3 0
- (d) Schreiben Sie ein Prädikat `write_dimacs/3`, so dass `write_dimacs(F, C, CNF)` die konjunktive Normalform `CNF` im DIMACS-Format mit dem Kommentar `C` in einer Datei mit dem Namen `F` speichert. Beispielsweise sollte die Anfrage
?- write_dimacs('test.dimacs', 'Assessment-Center', q /\ (~r \/ ~s)).
eine Datei mit dem Namen `test.dimacs` und dem Inhalt
c Assessment-Center
p cnf 3 2
-3 -2 0
1 0

erzeugen. **Hinweis:** Verwenden Sie die aus dem Modul `cnf` importierten Prädikate, das Prädikat `write_clause/2` aus Teilaufgabe (c) (haben Sie (c) nicht gelöst, so nehmen Sie die Existenz dieses Prädikats an), sowie das im Folgenden gegebene Prädikat `write_cnf/2`:

```
1 write_cnf(_, []).  
2 write_cnf(S, [H|T]) :-  
3 write_clause(S, H), write_cnf(S, T).
```