

Einführung in die formale Logik für IMP

Sommersemester 2025

Übungsblatt 6

Abgabe: bis 16. Juni 2025, 10.00 Uhr über Moodle

Aufgabe 1:

(30 Punkte)

Seien Q, R, S, T, U, W unterschiedliche Aussagensymbole aus AS.

Wenden Sie den DPLL-Algorithmus auf die folgende Klauselmenge Γ an. Erklären Sie dabei Schritt für Schritt, wie der Algorithmus vorgeht.

$$\Gamma := \left\{ \{R, \neg S, T\}, \{U, W\}, \{\neg Q, \neg R, S\}, \{\neg T, U\}, \{R, \neg U, \neg W\}, \{Q, R, S, T\}, \right. \\ \left. \{Q, \neg T\}, \{\neg Q, \neg R, T\}, \{\neg R, \neg S, \neg T, \neg U\}, \{\neg U, W\}, \{U, \neg W\}, \{Q\} \right\}$$

Hinweis: Um Ihnen selbst und unseren Tutoren die Arbeit zu erleichtern, wählen Sie bitte in Zeile 4 des DPLL-Algorithmus nicht-negierte Literale, und zwar in alphabetischer Reihenfolge. Ebenso wählen Sie bitte bei der Anwendung der Vereinfachungsheuristiken die Literale in alphabetischer Reihenfolge. Geben Sie analog wie in Beispiel 2.63 die entstehende Klauselmenge und die benutzten Vereinfachungsheuristik an.

Aufgabe 2:

(50 Punkte)

- (a) Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Jede aussagenlogische Formel ist äquivalent zu einer Hornformel.
- (b) Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Jede aussagenlogische Formel ist erfüllbarkeitsäquivalent zu einer Hornformel.
- (c) Formen Sie folgende Formel φ in eine passende Eingabeklauselmenge für den Streichungsalgorithmus um:

$$\varphi := (U \rightarrow \mathbf{0}) \wedge (\mathbf{0} \rightarrow R) \wedge (\mathbf{1} \rightarrow (Q \vee \neg W)) \wedge S \wedge ((S \wedge \neg U \wedge R) \rightarrow \neg V) \wedge (S \vee \neg R)$$

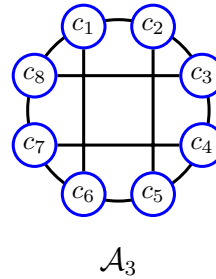
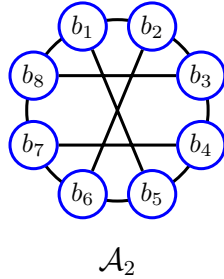
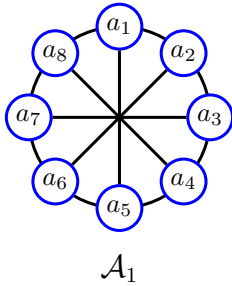
- (d) Wenden Sie den Streichungsalgorithmus auf folgende Klauselmenge Γ an:

$$\Gamma := \left\{ \{P\}, \{R\}, \{T\}, \{\neg P, \neg Y\}, \{\neg P, \neg R, S\}, \{\neg S, \neg X, Y\}, \{\neg P, \neg T, X\}, \{S, \neg Y\} \right\}$$

Erklären Sie wie in Beispiel 2.65 Schritt für Schritt, wie der Algorithmus vorgeht. Wenn der Streichungsalgorithmus mehrere Tatsachenklauseln zur Auswahl hat, dann wählen Sie bitte die Tatsachenklauseln mit dem in alphabetischer Ordnung kleinsten Literal.

Aufgabe 3:**(20 Punkte)**

Betrachten Sie die folgenden drei ungerichteten Graphen mit je 8 Knoten.



- (a) Geben Sie die $\{E\}$ -Struktur $\mathcal{A}_1 = (A_1, E^{\mathcal{A}_1})$ an, welche den ersten Graphen repräsentiert.
- (b) Entscheiden Sie für die drei Paare
- (i) $\mathcal{A}_1$ und $\mathcal{A}_2$
 - (ii) $\mathcal{A}_1$ und $\mathcal{A}_3$
 - (iii) $\mathcal{A}_2$ und $\mathcal{A}_3$

jeweils, ob die beiden Strukturen isomorph sind. Falls ja, geben Sie einen Isomorphismus an. Falls nein, begründen Sie, warum die Strukturen nicht isomorph sind.