Strukturelle Untersuchungen von Schaltsequenzen in zeitabhängigen Petri-Netzen

Louchka Popova-Zeugmann

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Informatik, Unter den Linden 6, D-10099 Berlin
e-mail: popova@informatik.hu-berlin.de

Kurzfassung

Es werden zeitabhängige Petri-Netze im Sinne von Merlin, hier Intervall-Petri-Netze genannt, betrachtet. Die Intervall-Petri-Netze (IPN) sind Petri-Netze (PN), bei denen jeder Transition t zwei Zahlen (Zeitpunkte) $eft(t)$ (earlest firing time) und $lft(t)$ (leatest firing time) mit $0 \leq eft(t) \leq lft(t) \leq \infty, eft(t) \neq \infty$ zugeordnet werden. Wenn t konzessioniert wird, darf sie i. allg. nicht sofort schalten, sondern erst nach $eft(t)$-Zeiteinheiten und muß spätestens nach $lft(t)$-Zeiteinheiten schalten, es sei denn, sie verliert inzwischen ihre Konzession. Damit gibt es einen Schaltzwang, jedoch nur für diese Transitionen t, für die $lft(t) \neq \infty$ ist. Das Schalten kostet keine Zeit.

Um das Verhalten eines IPN zu studieren, wird eine elementare Sprache eingeführt, in der dann die kanonische parametrische Darstellung einer Schaltsequenz definiert wird. Als Signatur der zu definierenden Sprache betrachtet man $[P, F, K]$. Dabei ist $P := \{A^2\}$ die Menge der Prädikatenzeichen (besteht aus einem 2-stelligen Prädikatzeichen), $F := \{F^2\}$ ist die Menge der Funktionszeichen (besteht aus einem 2-stelligen Funktionszeichen) und $K := \{u_t, v_t \mid t \in T\} \cup \{\$\}$ ist die Menge der Konstantenzeichen. Als Interpretation wird $[\mathcal{Q}_0 \cup \{\sharp\}, \omega]$ betrachtet, wobei $\mathcal{Q}_0 \cup \{\sharp\}$ der Individuenbereich ist ($\mathcal{Q}_0$ ist die Menge der nichtnegativen rationalen Zahlen) und die Abbildung ω durch $\omega(A^2) :=\leq, \quad \omega(F^2) := +, \quad \omega(u_t) := eft(t), \quad \omega(v_t) := lft(t), \quad \omega(\$) := \sharp$ gegeben wird.

In dieser elementaren Sprache wird die kanonische parametrische Darstellung einer Schaltsequenz in einem IPN definiert, die im Unterschied zu Schaltsequenzen in den zeitlosen Petri-Netzen auch Zeitübergänge enthält. Die Zeitübergänge werden dabei durch Individuenvariablen beschrieben, die bestimmte Bedingungen erfüllen. Eine Schaltsequenz kann dann feuern, wenn die entsprechenden Bedingungen in der davor definierten elementaren Sprache erfüllbar sind. Diese Entscheidung ist äquivallent mit der Lösbarkeit bzw. Nichtlösbarkeit eines speziellen Ungleichungssystems.

Die Methode kann verallgemeinert werden. Dies ermöglicht insbesondere die Berechnung von Zeitintervallen für die Transitionen eines Intervall-Petri-Netzes, so daß bestimmte Schaltsequenzen feuern bzw. nicht feuern können. Damit kann man auch Fragen nach der Lebendigkeit und Beschränktheit des IPN beantworten, ohne dessen Erreichbarkeitsgraphen zu berechnen (hierfür muß man aber den EG des entsprechenden zeitlosen Petri Netzes kennen). Die hierbei auftretenden mathematischen Probleme sind von neuer Qualität.