

Algorithmen und Datenstrukturen

Tutorium IX

Michael R. Jung

20. - 24. 06. 2016



1 Lineares Hashing

- $s(k, j) = (5 * k + 3 * j) \bmod 12$ Werte: 32,23,67,12,58,7,13

2 Doppel-Hashing

- $h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11), s(k, j) = (h(k) - j \cdot h'(k)) \bmod 13$

3 Brent-Hashing

- $h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$

4 geordnetes Hashing

- $h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$



Aufgabe 1

In ein Array der Größe 12 sollen mit Hilfe der Hashfunktion

$$s(k, j) = (5 * k + 3 * j) \text{ mod } 12$$

die Werte 32, 23, 67, 12, 58, 7 und 13 gespeichert werden.

Führen Sie einen Schreibtischtest durch und analysieren Sie diese Hashfunktion in Bezug auf die Größe des Arrays!



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11



$$s(k, j) = (5 * k + 3 * j) \bmod 12$$

Werte: 32,23,67,12,58,7,13

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
				32							

$$5 \cdot 32 \bmod 12 = 160 \bmod 12 = 4$$



$$s(k, j) = (5 * k + 3 * j) \bmod 12$$

Werte: 32,23,67,12,58,7,13

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
				32			23				

$$5 \cdot 23 \bmod 12 = 115 \bmod 12 = 7$$



Lineares Hashing
○○○○●○○○○○

Doppel-Hashing
○○○○○○○

Brent-Hashing
○○○○

geordnetes Hashing
○○○○

$s(k, j) = (5 * k + 3 * j) \bmod 12$ Werte: 32,23,67,12,58,7,13

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
				32			23				67

$$5 \cdot 67 \bmod 12 = 335 \bmod 12 = 11$$



$$s(k, j) = (5 * k + 3 * j) \bmod 12$$

Werte: 32,23,67,12,58,7,13

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12				32			23				67

$$5 \cdot 12 \bmod 12 = 60 \bmod 12 = 0$$



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12		58		32			23				67

$$5 \cdot 58 \bmod 12 = 290 \bmod 12 = 2$$



$s(k, j) = (5 * k + 3 * j) \bmod 12$ Werte: 32,23,67,12,58,7,13

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12		58		32			23				67

$$5 \cdot 7 \bmod 12 = 35 \bmod 12 = 11$$

$$11 + 3 \bmod 12 = 2$$



$s(k, j) = (5 * k + 3 * j) \bmod 12$ Werte: 32,23,67,12,58,7,13

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12		58		32	7		23				67

$$5 \cdot 7 \bmod 12 = 35 \bmod 12 = 11$$

$$11 + 3 \bmod 12 = 2$$

$$2 + 3 \bmod 12 = 5$$



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12		58		32	7		23				67

$$5 \cdot 13 \bmod 12 = 65 \bmod 12 = 5$$



$s(k, j) = (5 * k + 3 * j) \bmod 12$ Werte: 32,23,67,12,58,7,13

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12		58		32	7		23	13			67

$$5 \cdot 13 \bmod 12 = 65 \bmod 12 = 5$$

$$5 + 3 \bmod 12 = 8$$



$$s(k, j) = (5 * k + 3 * j) \text{ mod } 12$$

Werte: 32,23,67,12,58,7,13

Die Hashfunktion

$$s(k, j) = (5 * k + 3 * j) \text{ mod } 12$$

ist ungünstig da 3 ein Teiler der 12 ist. Das hieße, dass beim Sondieren nur 4 der 12 Felder besucht würden und evtl. ein Wert nicht gehasht werden könnte, obwohl das Array nicht voll ist. Betrachten Sie z.B. das Verhalten, falls 0, 3, 6, 9 und 12 gehasht werden sollen.



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11), s(k, j) = (h(k) - j \cdot h'(k)) \bmod 13$$

Aufgabe 2

In ein Array der Größe 13 sollen mit doppeltem Hashing unter folgenden Hashfunktionen

$$h(k) = 3 * k \bmod 13$$

$$h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$$

$$s(k, j) = (h(k) - j \cdot h'(k)) \bmod 13$$

die Werte 31, 3, 1, 6, 5 und 19 gespeichert werden.

Führen Sie einen Schreibtischttest durch!



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11), s(k, j) = (h(k) - j \cdot h'(k)) \bmod 13$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11), s(k, j) = (h(k) - j \cdot h'(k)) \bmod 13$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		31										

$$s(31, 0) = 2$$



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11), s(k, j) = (h(k) - j \cdot h'(k)) \bmod 13$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		31							3			

$$s(3, 0) = 9$$



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11), s(k, j) = (h(k) - j \cdot h'(k)) \bmod 13$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		31	1						3			

$$s(1, 0) = 3$$



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11), s(k, j) = (h(k) - j \cdot h'(k)) \bmod 13$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		31	1		6				3			

$$s(6, 0) = 5$$



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11), s(k, j) = (h(k) - j \cdot h'(k)) \bmod 13$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		31	1		6				3	5		

$$s(5, 0) = 2; s(5, 1) = 9; s(5, 2) = 3; s(5, 3) = 10$$



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11), s(k, j) = (h(k) - j \cdot h'(k)) \bmod 13$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
19		31	1		6				3	5		

$$s(19, 0) = 5; s(19, 1) = 9; s(19, 2) = 0$$



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$$

Aufgabe 3

In ein Array der Größe 13 sollen mit Brent-Hashing unter den Hashfunktionen

$$h(k) = 3 * k \bmod 13$$

$$h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$$

$$s(k, j) = (h(k) - j \cdot h'(k)) \bmod 13$$

die Werte 31, 3, 1, 6, 5 und 19 gespeichert werden.

Führen Sie einen Schreibtischttest durch!



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		31	1		6				3			

$$s(31, 0) = 2; s(3, 0) = 9; s(1, 0) = 3; s(6, 0) = 5$$



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		31	1		6				3	5		

$$s(5, 0) = 2; \quad s(5, 1) = 9; \quad s(5, 2) = 3; \quad s(5, 3) = 10$$

$$s(31, 1) = 5; \quad s(3, 1) = 5; \quad s(1, 1) = 1$$



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		31	1		19				3	5	6	

$$s(19, 0) = 5; \quad s(19, 1) = 9$$
$$s(6, 1) = 11$$



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$$

Aufgabe 4

In ein Array der Größe 13 sollen mit absteigend geordnetem Hashing unter den Hashfunktionen

$$h(k) = 3 * k \bmod 13$$

$$h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$$

$$s(k, j) = (h(k) - j \cdot h'(k)) \bmod 13$$

die Werte 31, 3, 1, 6, 5 und 19 gespeichert werden.

Führen Sie einen Schreibtischttest durch!



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		31	1		6				3			

$$s(31, 0) = 2; s(3, 0) = 9; s(1, 0) = 3; s(6, 0) = 5$$



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	3	31	1		6				5			

$$s(5, 0) = 2; s(5, 1) = 9; s(3, 1) = 5; s(3, 2) = 1$$



$$h(k) = (3 * k) \bmod 13, h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	3	31	1		19				5		6	

$$s(19, 0) = 5; s(6, 1) = 11;$$

