

Übungsblatt 8

Abgabe bis zum 3. Juli 2012

Aufgabe 35

6 Punkte

Sei $G = (V, E)$ ein Digraph mit $V = \{1, \dots, n\}$. Eine Permutation t auf V heißt *topologische Sortierung* von G , falls für jede Kante $(u, v) \in E$ gilt: $t(u) < t(v)$.

- (a) Zeigen Sie, dass für G genau dann eine topologische Sortierung existiert, wenn G azyklisch ist. (mündlich)
- (b) Geben Sie eine Prozedur **TopSort** an, die für einen als Feld von Adjazenzlisten gespeicherten Digraphen G in Linearzeit $\mathcal{O}(n + m)$ testet, ob G azyklisch ist und gegebenenfalls eine topologische Sortierung ausgibt.

(2 Punkte)

Hinweis: Führen Sie auf $G^T = (V, E^T)$ eine Tiefensuche aus und geben Sie die Knoten in der Reihenfolge aus, in der sie zum letzten Mal besucht werden.

- (c) Beweisen Sie sowohl die Laufzeitschranke als auch die Korrektheit Ihrer Prozedur. (4 Punkte)

Aufgabe 36

mündlich

Ein *Teilweg* w' eines Weges w ist ein Weg, der eine Teilfolge von w ist, d. h. ist $w = (v_0, v_1, \dots, v_k)$, so besitzt w' die Form $(v_i, v_{i+1}, \dots, v_j)$, für geeignete i, j mit $0 \leq i \leq j \leq k$. Überprüfen Sie folgende Behauptungen für Graphen G mit n Knoten.

- (a) Ein Weg der Länge n kann kein Pfad sein.
- (b) Ein Weg, der kein Pfad ist, enthält einen Kreis als Teilweg.

- (c) Jeder Weg in G , der kein Pfad ist und jede Kante höchstens einmal durchläuft, enthält einen Kreis als Teilweg.

Aufgabe 37

4 Punkte

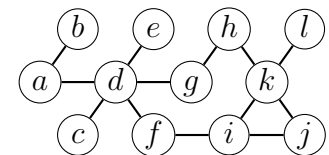
Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph mit n Knoten. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- (a) Jeder Teilgraph G' von G ist zusammenhängend. (mündlich)
- (b) Jeder induzierte Teilgraph G' von G ist zusammenhängend. (mündlich)
- (c) Es existiert ein Baum $B = (V, E')$ mit $E' \subseteq E$. (mündlich)
- (d) G hat mindestens $n - 1$ Kanten. (mündlich)
- (e) G ist genau dann ein Baum, wenn G höchstens $n - 1$ Kanten hat. (4 Punkte)

Aufgabe 38 Gegeben sei folgender Graph G .

mündlich

- (a) In welcher Reihenfolge werden die Knoten bei einer Tiefen- bzw. Breitensuche mit Startknoten a jeweils zum ersten und letzten Mal besucht? Bei Wahlmöglichkeit sollen die Nachbarn in alphabetischer Folge besucht werden.



- (b) Bestimmen Sie den zugehörigen Tiefen- bzw. Breitensuchbaum von G und identifizieren Sie jeweils alle Rückwärts-, Vorwärts- und Querkanten.

Aufgabe 39

mündlich

Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen als Adjazenzmatrix gegebenen Graphen G alle Zusammenhangskomponenten bestimmt und schätzen Sie dessen Laufzeit ab.