

Übungsblatt 2

Abgabe bis zum 8. Mai 2012

Aufgabe 3

mündlich

Geben Sie Ablaufprotokolle der beiden Algorithmen **DFA-String-Matcher** und **KMP-String-Matcher** bei Eingabe des Musters **AUGAUGUGA** und des Textes **ACGAUGAUGUGAGCGAUGAUGAUGUGA** an.

Aufgabe 4

mündlich

Ein String x ist eine *zyklische Verschiebung* von y , falls $x \in \{uv \mid y = vu\}$ ist. Geben Sie einen Linearzeit-Algorithmus an, der für zwei Texte x und y entscheidet, ob x eine zyklische Verschiebung von y ist. Begründen Sie.

Aufgabe 5

10 Punkte

Sei π die Präfixfunktion für ein beliebiges Muster $y = y_1 \cdots y_m \in \Sigma^*$ und sei δ die Überföhrungsfunktion von M_y . Betrachten Sie folgende auf der Menge $\{1, \dots, m\}$ definierte Funktion

$$\pi'(k) = \max \left\{ 0 \leq j < m \mid \begin{array}{l} y_1 \cdots y_j \text{ ist echtes Suffix von } y_1 \cdots y_k \\ \text{und im Fall } k < m \text{ ist } y_{j+1} \neq y_{k+1} \end{array} \right\}.$$

- (a) Berechnen Sie π und π' für das Muster $y = (ab)^{10}$. *(mündlich)*
- (b) Zeigen Sie, dass $\pi'(k) \leq \pi(k)$ für alle $k = 1, \dots, m$ gilt. *(2 Punkte)*
- (c) Zeigen Sie, dass der KMP-Algorithmus bei einem Mismatch im Zustand k mindestens bis zum Zustand $\pi'(k)$ zurückspringt, bevor er das nächste Zeichen liest. *(2 Punkte)*

- (d) Zeigen Sie, dass der KMP-Algorithmus auch bei Verwendung von π' anstelle von π korrekt arbeitet. *(2 Punkte)*
- (e) Zeigen Sie, dass π' (wie π) in Zeit $O(m)$ berechenbar ist. *(2 Punkte)*
- (f) Zeigen Sie, dass δ bei Kenntnis von π' (oder π) in Zeit $O(\|\Sigma\|m)$ berechenbar ist. *(2 Punkte)*

Aufgabe 6

mündlich

Ein String $x = x_1 \cdots x_n$, $n \geq 1$, heißt *k-periodisch*, falls $x_i = x_{i+k}$ für $i = 1, \dots, n - k$ gilt. Die Zahl $P(x) = \min \{k \geq 1 \mid x \text{ ist } k\text{-periodisch}\}$ heißt die *Periode* von x .

- (a) Bestimmen Sie die Periode für die Wörter $x = \text{laola}$, $y = \text{olalaolala}$ und $z = \text{abaa}$.
- (b) Geben Sie einen Linearzeit-Algorithmus an, der $P(x)$ berechnet. Begründen Sie. *(Hinweis: Verwenden Sie die KMP-Präfixfunktion.)*
- (c) Zeigen Sie, dass $P(x)$ genau dann ein von $|x| = n$ verschiedener Teiler von n ist, wenn es ein Wort y und eine Zahl $l > 1$ gibt mit $x = y^l$. *(optional)*

Aufgabe 7

4 Punkte

Ein String x heißt *zyklische Überdeckung* von y , falls y ein Teilwort eines Wortes in $\{x\}^*$ ist. Geben Sie einen Linearzeit-Algorithmus an, der für zwei Texte x und y entscheidet, ob x eine zyklische Überdeckung von y ist. Begründen Sie.