

Übungsblatt 1

Abgabe bis zum 24. April 2012

Für einen Übungsschein sind folgende Kriterien zu erfüllen:

- Lösen der schriftlichen Aufgaben im Umfang von mindestens 50% der erreichbaren Punkte und
- Vorrechnen von mindestens zwei mündlichen Aufgaben.

Die schriftlichen Aufgaben können in Gruppen von bis zu zwei Personen bearbeitet werden. Diese Gruppen sollen über das Semester gleich bleiben.

Aufgabe 1

mündlich

Seien $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ Funktionen. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- (a) $\sum_{i=1}^n i = \mathcal{O}(n^2)$
- (b) $\sum_{i=1}^n i^2 = \Theta(n^3)$
- (c) $\sum_{i=1}^n i^2 + \log n^9 = \Theta(n^3)$
- (d) $\log^3 n = \omega(\log n^3)$
- (e) $\log n^5 = \omega(\log n)$
- (f) $f(n) + \mathcal{O}(g(n)) = \mathcal{O}(f(n) + g(n))$
- (g) $\mathcal{O}(f(n) + g(n)) = \mathcal{O}(f(n)g(n))$
- (h) $\mathcal{O}(f(n) + g(n)) = f(n) + \mathcal{O}(g(n))$
- (i) $f(n) + g(n) = \Omega(\min\{f(n), g(n)\})$
- (j) $f(n) + g(n) = \Theta(\max\{f(n), g(n)\})$
- (k) $2^{n+\mathcal{O}(1)} = \mathcal{O}(2^n)$
- (l) $2^{\mathcal{O}(n)} = \mathcal{O}(2^n)$

- (m) $f(n) + g(n) = \mathcal{O}(\max\{f(n), g(n)\})$
- (n) $\mathcal{O}(2^n) = o(3^n)$
- (o) $n! = \Omega(n^n)$
- (p) $n! = 2^{\Theta(n \log n)}$
- (q) $\sqrt{n} = \omega(\log n)$
- (r) Wenn $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$, dann gilt $f^2(n) = \mathcal{O}(g^2(n))$

Aufgabe 2

10 Punkte

Seien $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ Funktionen. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- (a) Wenn $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$, dann gilt $f(n^2) = \mathcal{O}(g(n^2))$ (3 Punkte)
- (b) $2^{\mathcal{O}(n)} = \mathcal{O}(2^n)$ (3 Punkte)
- (c) Wenn $f(n) = \Theta(g(n))$, dann gilt $\log f(n) = \Theta(\log g(n))$ (4 Punkte)