

# Stochastik für InformatikerInnen

Wintersemester 2015/16

Wolfgang Kössler

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Informatik

6. Oktober 2015

# Inhalt (1)

## 1 Grundbegriffe

- Einleitung, Geschichte
- Zufällige Ereignisse
- Ereignisfeld
- Kolmogorov'sches Axiomensystem
- Folgerungen aus dem Kolmogorov-Axiomensystem
- Die klassische Definition der Wahrscheinlichkeit

## 2 Kombinatorik

- Klassische kombinatorische Probleme
- Beispiele
- Arithmetische Beziehungen zwischen den Binomialkoeffizienten
- Die Stirling Formel

## Inhalt (2)

### 3 Bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit

- Einführung
- Satz der Totalen Wahrscheinlichkeit
- Satz von Bayes
- Anwendung bedingter Wahrscheinlichkeiten

### 4 Klassische Wahrscheinlichkeitsräume

- Binomiale Wahrscheinlichkeiten
- Multinomiale Wahrscheinlichkeiten
- Poisson-Wahrscheinlichkeiten

# Inhalt (3)

## 5 Zufallsvariablen (allgemein)

- Grundbegriffe
- Diskrete Zufallsvariablen
- Stetige Zufallsvariablen
- Allgemeine Eigenschaften einer Verteilungsfunktion

## 6 Diskrete zufällige Variablen

- Allgemeine Übersicht
- Binomialverteilung
- Geometrische Verteilung
- Poisson-Verteilung
- Negative Binomialverteilung

# Inhalt (4)

## 7 Charakteristika von Verteilungsfunktionen

- Der Erwartungswert
- Moment und Varianz
- Schiefe und Exzess
- Charakteristische Funktionen

## 8 Die Exponentialverteilung

- Einführung
- Gedächtnislosigkeit
- Zuverlässigkeitsmodelle
- Bedienungstheorie
- Zusammenfassung (Exponentialverteilung)

# Inhalt (5)

## 9 Die Normalverteilung

- Standard-Normalverteilung
- Berechnen von Wahrscheinlichkeiten
- $k \cdot \sigma$ -Intervalle
- Zentraler Grenzwertsatz
- Fehlertheorie
- Maximale Entropie
- Summe normalverteilter Zufallsvariablen
- Treffen einer Zielscheibe

## 10 Transformation von Zufallsvariablen

# Inhalt (6)

## 11 Zufallsvektoren

- Begriffe
- Unabhängigkeit von Zufallsgrößen
- Transformationssatz für Zufallsvektoren
- Box-Müller Transformation
- Treffen einer Zielscheibe
- Faltung
- Transformationssatz für Erwartungswerte

## 12 Korrelation

# Inhalt (7)

## 13 Ungleichungen

- Varianz-Ungleichung
- Jensen-Ungleichung
- Markov-Ungleichung
- Tschebychev-Ungleichung
- Hoeffding-Ungleichung
- Chernov-Ungleichung
- Mill Ungleichung



# Inhalt (8)

## 14 Grenzwertsätze

- Das Gesetz der Großen Zahlen
- Der Satz von GLIVENKO–CANTELLI
- Konvergenz von Folgen zufälliger Variablen
- Der zentrale Grenzwertsatz

## 15 Schätzmethoden

- Einführung
- Momentenschätzung
- Maximum-Likelihood-Schätzung
- EM-Algorithmus
- Kleinste Quadrat Schätzung
- Die Cramer-Rao Ungleichung

# Inhalt (9)

## 16 Grundlagen der Simulation

- Einführung
- Erzeugung von Zufallszahlen
- Statistische Tests
- Test auf Gleichverteilung
- Test auf Unabhängigkeit
- Erzeugung diskreter und stetiger Zufallsvariablen
- Kompositionsmethode
- Verwerfungsmethode
- Korrelierte Zufallsgrößen
- Importance Sampling
- Ergänzungen

# Inhalt (10)

## 17 Markov'sche Ketten

- Begriffe und einfache Zusammenhänge
- Klassifikation der Zustände
- Rekurrente und transiente Zustände
- Grenzverteilungen
- Klassische Beispiele
- Markov Chain Monte Carlo