

Aufgaben zur “Stochastik für Informatiker”

Aufg. 21) (Extrema exponentialverteilter Zufallsvariablen)

n unabhängige Jobs werden zur Bearbeitung in einem Parallelrechner auf n freie Knoten verteilt, wobei die Bearbeitungszeit T_i von Job i als exponentialverteilt, $T_i \sim \text{Exp}(\lambda_i)$, angenommen wird.

- a) (1 P.) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der gesamten Bearbeitungszeit $X = \max\{T_1, \dots, T_n\}$, wenn die Bearbeitung beendet wird, sobald *alle* Jobs vollständig bearbeitet wurden.
- b) (2 P.) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der gesamten Bearbeitungszeit $Y = \min\{T_1, \dots, T_n\}$, wenn die Bearbeitung beendet wird, sobald *ein* Job vollständig bearbeitet wurde.
Wie groß ist die mittlere Bearbeitungszeit $\mathbf{E}(Y)$?
- c) (2 P.) Wie groß ist die mittlere Bearbeitungszeit $\mathbf{E}(X)$ im Spezialfall $\lambda = \lambda_1 = \dots = \lambda_n$?
- d) (2 P.) Es sei $n = 5$ und die mittlere Bearbeitungszeit pro Job $20(\text{ms})$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt die Gesamtzeit X (bzw. Y) unter $15(\text{ms})$?

Aufg. 22) (3 P.) Es sei $U \sim R(0, 1)$ und $X = g(U) = -\frac{1}{\lambda} \ln U$, $\lambda > 0$.

- a) Welche Dichte hat die zufällige Variable X ?
- b) Welche Dichte hat die zufällige Variable \sqrt{X} ?

(Hinweis: Benutzen Sie jeweils die Transformationsformel für Dichtefunktionen!)