

Aufgaben zur “Stochastik für Informatiker”

Aufg. 15) Es sei

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}, & \text{falls } 0 \leq x < 1 \\ -x^2 + 3x - \frac{3}{2}, & \text{falls } 1 \leq x < 2 \\ \frac{(3-x)^2}{2}, & \text{falls } 2 \leq x < 3 \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) (2 P.) Beweisen Sie, daß $f(x)$ eine Dichtefunktion ist.
b) (1 P.) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 1.9)$, wenn X eine Zufallsvariable mit der Dichtefunktion f ist!

Aufg. 16) (2 P.) (Geometrische Verteilung)

Seien X_1, \dots, X_n unabhängige, identisch geometrisch verteilte Zufallsvariablen mit Parameter $p \in (0, 1)$, d.h.

$$P(X_i = k) = p(1-p)^{k-1}, \quad k \in \mathbf{N}, \quad i = 1, \dots, n, \quad q = 1-p$$

Zeigen Sie, daß das Minimum $\min(X_1, \dots, X_n)$ wiederum geometrisch verteilt ist.

Aufg. 17) (Varianzen)

Berechnen Sie die Varianzen bei folgenden Verteilungen

- a) (2 P.) Binomialverteilung, $X \sim Bi(n, p)$.
b) (2 P.) Geometrischer Verteilung, $X \sim Geo(p)$.
c) (1 P.) Exponentialverteilung, $X \sim Exp(\lambda)$.