

## Aufgaben zur “Stochastik für Informatiker” (12 Punkte)

**Aufg. 36)** Es seien  $X_1, \dots, X_n$  unabhängige Beobachtungen aus einer Population mit der Dichte

$$f(x) = \frac{1}{2} \begin{cases} \lambda e^{\lambda x} & \text{falls } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{falls } x \geq 0, \end{cases}$$

wobei der Parameter  $\lambda$  unbekannt ist.

- a) (1 P.) Bestimmen Sie eine Momentenschätzung für  $\lambda$ !
- b) (2 P.) Bestimmen Sie eine Maximum-Likelihood-Schätzung für  $\lambda$ !

**Aufg. 37)** (3 P.) Bestimmen Sie, wenn möglich, die maximale Periode folgender potentieller Zufallszahlengeneratoren

- a)  $x_{n+1} = 65x_n + 1 \pmod{2048}$
- b)  $x_{n+1} = 1365x_n + 1 \pmod{2048}$
- c)  $x_{n+1} = 1229x_n + 1 \pmod{2048}$
- d)  $x_{n+1} = (2^7 + 1)x_n + 1 \pmod{2^{35}}$
- e)  $x_{n+1} = (2^{18} + 1)x_n + 1 \pmod{2^{35}}$
- f)  $x_{n+1} = 157x_n \pmod{2048}$
- g)  $x_{n+1} = 45x_n \pmod{2048}$
- h)  $x_{n+1} = 43x_n \pmod{2048}$
- i)  $x_{n+1} = 3141592653x_n + 2718281829 \pmod{2^{35}}$

**Aufg. 38)** Es sei folgende Funktion gegeben

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(2x - x^2) & \text{falls } x \in (0, 2) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- a) (1 P.) Zeigen Sie,  $f(x)$  ist eine Dichte!
- b) (3 P.) Erzeugen Sie eine Zufallszahl mit dieser Dichte!  
Hinweis: Verwenden Sie die Akzeptanzmethode!

**Aufg. 39)** (2 P.) Angenommen, Sie haben eine gleichverteilte Zufallszahl  $u \in (0, 1)$ . Wie können Sie eine Zufallszahl mit der Dichte

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2} & \text{falls } x \geq 0 \\ \frac{1}{2} e^x & \text{sonst} \end{cases}$$

erzeugen?

Hinweis: Die Stammfunktion von  $\frac{1}{1+x^2}$  ist  $\arctan(x)$