

Aufgaben zur “Stochastik für Informatiker”

Aufg. 45) Es sei

$$P = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{pmatrix}$$

die Übergangsmatrix einer Markoff'schen Kette mit dem Zustandsraum $S = \{0, 1, 2\}$.

- a) (2 P.) Berechnen Sie $P(X_{16} = 2 / X_0 = 0)$!
- b) (2 P.) Berechnen Sie $P(X_{12} = 2, X_{16} = 2 / X_0 = 0)$!
Hinweis: Sie sollten die Lösung nicht per Hand oder mit einem Taschenrechner bestimmen!
- c) (3 P.) Berechnen Sie $f_{00}(5)$ und

$$\mu_0 = E(T_0 / X_0 = 0),$$

wobei

$$T_0 = \inf\{n \geq 0 : X_n = 0\}!$$

Aufg. 46) (3 P.) Harry's Restaurant wechselt von Jahr zu Jahr zwischen den Zuständen 0 (bankrott), 1 (nahezu bankrott) und 2 (solvent). Die Übergangsmatrix ist

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der Jahre bis der Zustand 0 erreicht wird, wenn im Zustand 2 gestartet wird!
- b) Harry's reicher Onkel Dagobert kann es nicht ertragen, dass jemand aus seiner Familie bankrott ist und fürchtet einen Imageverlust in der Öffentlichkeit. Jedes mal wenn der Zustand 0 erreicht wird, versetzt er deshalb Harry's Restaurant durch eine kräftige Finanzspritze in den Zustand 2. Wie groß ist nun der Erwartungswert $\mu_{20} = E(T_{20})$,

$$T_{20} = \inf\{n \geq 0 : X_n = 0 / X_0 = 2\}?$$

Abgabe: Donnerstag, 9.2.2006, 12.30 Uhr