

Aufgaben zur “Stochastik für Informatiker”

Aufg. 42) (3 P.) Es seien $X, Y \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Seien die Zufallsgrößen X^* und Y^* wie folgt definiert,

$$\begin{aligned} X^* &:= X \\ Y^* &:= \varrho \cdot X + \sqrt{1 - \varrho^2} \cdot Y \quad (\varrho \in [0, 1]) \end{aligned}$$

Bestimmen Sie den Korrelationskoeffizienten zwischen X^* und Y^* .

Aufg. 43) (2 P.) Klassifizieren Sie die Zustände der durch die Übergangsmatrizen M_1 und M_2 gegebenen Markoff'schen Kette!

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 2/3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufg. 44) Es sei $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ eine Markoff'sche Kette mit den Übergangswahrscheinlichkeiten

$$M = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 3/4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

- a) (1 P.) Klassifizieren Sie die Zustände!
- b) (2 P.) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $f_1(n)$ erstmalig nach n Schritten in den Zustand 1 zurückzukehren.
- c) (2 P.) Berechnen Sie die mittlere Rückkehrzeit in den Zustand 1, d.h.

$$\mu_1 = E(T_1 | X_0 = 1),$$

wobei

$$T_1 = \inf\{n \geq 1 : X_n = 1\}!$$

Abgabe: Donnerstag, 2.2.2006, 12.30 Uhr