Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik
Priv.-Doz. Dr. W. Kössler

Aufgaben zur Vorlesung „Werkzeuge der empirischen Forschung“

Aufg. 5) (Qualitätskontrolle) Gegeben sei eine Grundgesamtheit (Population, Menge) von N = 400 Stücken, von denen genau n = 16 schlecht seien.

a) (1 P.) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Stichprobe (ohne Zurücklegen) vom Umfang m = 25 höchstens zwei Stück schlecht sind?

b) (1 P.) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei einer Stichprobe mit Zurücklegen?

c) (+5ZP.) Nehmen Sie an, Sie haben eine Warenlieferung mit einer sehr großen Stückzahl, und Sie sollen entscheiden, ob diese Lieferung angenommen wird. Wir nehmen weiter an, es gibt nur gute und schlechte Stücke (Attributprüfung). Sie wollen die Lieferung nur dann annehmen, wenn die Anzahl der schlechten Stücke nicht zu groß ist. Dazu ziehen Sie eine Stichprobe von noch zu bestimmendem Umfang n und lehnen das Los ab, falls die Anzahl der schlechten Stücke in der Stichprobe zu groß ist, sagen wir $\geq c$, wobei die Ablehnzahl c auch noch zu bestimmen ist.

Sei X die Zufallsvariable, die die Anzahl der schlechten Stücke in der Stichprobe beschreibt. Es soll folgendes gelten ($p_1 < p_2$):

$$P_{p_1}(X \leq c) \geq 1 - \alpha$$
$$P_{p_2}(X > c) \geq 1 - \beta$$

Die erste Gleichung bedeutet, dass gute Qualität (Schlechtanteil $p = p_1$ relativ klein) mit großer Wahrscheinlichkeit $(1 - \alpha)$ angenommen wird.
Die zweite Gleichung bedeutet, dass schlechte Qualität (Schlechtanteil $p = p_2$ relativ groß) mit großer Wahrscheinlichkeit $(1 - \beta)$ abgelehnt wird.
Seien die Vorgaben wie folgt:

$$p_1 = 0.01, \quad \alpha = 0.1$$
$$p_2 = 0.06, \quad \beta = 0.1$$

Bestimmen Sie den minimal notwendigen Stichprobenumfang damit diese beiden Vorgaben erfüllt sind und die entsprechende Ablehnzahl c.

Hinweis: Der notwendige Stichprobenumfang ist etwa 85. Schreiben Sie ein R-Programm.

Aufg. 6) (Wahrscheinlichkeitsverteilungen)

a) (2 P.) Stellen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Binomialverteilung mit den Parametern $n = 20$ und $p = 0.1$ sowie die der Poissonverteilung mit dem Parameter $\lambda = 2$ in *einem* Plot dar.
Vergleichen Sie die Ergebnisse. Schreiben Sie dazu eine Kommentarzeile.

b) (1 P.) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, bei 20 unabhängigen Würfen mindestens vier Sechsen zu erzielen.

c) (2 P.) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie mindestens 6 Würfe brauchen um *erstmals* eine Sechs zu erzielen, jeweils mit der Hand und mit R.

d) (1 P.) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X > 5)$, wenn $X \sim Poi(2)$.

e) (1 P.) Zeichnen Sie die Dichtefunktionen der Exponentialverteilung, jeweils mit den Parametern $\lambda = 0.5$, 1 und 2.

f) (2 P.) Zeichnen Sie die Dichtefunktionen der χ^2_ν-Verteilung, jeweils mit den Freiheitsgraden $\nu = 1$, 2, 4, 9, 19 und 99.
Hinweis: Hier sind mehrere Plots angebracht. Berechnen Sie zunächst die Erwartungswerte um einen Eindruck von der Lage der Dichte zu bekommen.

g) (1 P.) Berechnen Sie $\Phi(-1.645)$,$\Phi(1.645)$,$\Phi(-1.96)$,$\Phi(1.96)$,$\Phi(-2.33)$ und $\Phi(2.33)$, wobei Φ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung ist.

h) (1 P.) Zeichnen Sie die Dichtefunktionen der t_ν -Verteilung, jeweils mit den Freiheitsgraden $\nu = 1$, 2, 4, 9, 18 und 98, alle in einem Plot.

i) (2 P.) Berechnen Sie die 0.95- und 0.99-Quantile der t_ν -Verteilung, jeweils mit $\nu = 9$, 30, 198 Freiheitsgraden.

Folgende Aufgaben können Sie bearbeiten, wenn Sie noch Übungsbedarf haben. Sie werden nicht korrigiert.

Aufg. R02-1) (keine Abgabe, 0 P.) Erzeugen Sie einen Vektor `square50`, die nur die ersten 50 Quadratzahlen enthält und geben Sie ihn aus. Berechnen Sie weiterhin den Vektor `sumsquare50`, dessen Eintrag i die Summe der ersten i Quadratzahlen enthält und geben Sie ihn ebenfalls aus.