HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR INFORMATIK

Sommersemester 2010

Prof. Dr. Holger Schlingloff
Dr. Anatolij Zubow

Übungen zu Grundlagen der Programmierung

Übungsblatt Nr. 2 (30 Punkte)

Ausgabedatum: 3. 5. 2010, 17:00 – Abgabedatum: 17. 5. 2010, 8:00

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Ein Palindrom (von griechisch Παλίνδρομος (palíndromos) „rückwärts laufend") ist eine Zeichenke t-te, die von vorn und von hinten gelesen gleich bleibt. Palindrome müssen nicht immer einen Sinn ergeben, die Zeichenkette muss allerdings von vorne nach hinten und von hinten nach vorne bezüglich der Reihenfolge der verwendeten Zeichen übereinstimmen (Quelle: Wikipedia).

Beispiele für Wortpalindrome: Lagerregal, Otto, Reittier

Geben Sie eine rekursiv definierte Funktion `palindrom` an, welche überprüft, ob es sich bei dem angegebenen Wort um ein (Wort-)Palindrom handelt oder nicht.

Hinweis: Verwenden Sie zur Formulierung die Notation aus der Vorlesung. Sie können alle in der Vorlesung behandelten Funktionen verwenden.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Die „Türme von Hanoi" sind ein mathematisches Knobel- und Geduldsspiel.

„Das Spiel besteht aus drei Stäben *A*, *B* und *C*, auf die mehrere gelochte Scheiben gelegt werden, alle verschieden groß. Zu Beginn liegen alle Scheiben auf Stab *A*, der Größe nach geordnet, mit der größten Scheibe unten und der kleinsten oben. Ziel des Spiels ist es, den kompletten Scheiben-Stapel von *A* nach *C* zu versetzen.

Bei jedem Zug darf die oberste Scheibe eines beliebigen Stabes auf einen der beiden anderen Stäbe gelegt werden, vorausgesetzt, dort liegt nicht schon eine kleinere Scheibe. Folglich sind zu jedem Zeitpunkt des Spieles die Scheiben auf jedem Feld der Größe nach geordnet" [wikipedia.de].

a) (4 Punkte)
Bestimmen Sie die Anzahl der notwendigen Verschiebungen in Abhängigkeit von der Anzahl Scheiben, wenn:

1. Verschiebungen zwischen beliebigen Türmen erlaubt sind, oder
2. nur Verschiebungen zwischen benachbarten Türmen erlaubt sind.

a) (8 Punkte)
Beweisen Sie die in (a) ermittelten Formeln mit Hilfe der vollständigen Induktion.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

A, B und C seien Mengen und f : A→B, g : B→C Abbildungen mit der Eigenschaft, dass der Bildbereich von f eine Teilmenge des Definitionsbereichs von g ist.
Sei h: A→C die Komposition von f und g, d.h. h(x) =g(f(x)).
Beweisen oder widerlegen Sie:

a. Falls g total ist, so ist auch h total
b. Falls h total ist, so ist auch g total
c. Wenn h total ist, dann ist auch f total.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Definieren Sie eine Funktion `eval`, die einen als Baum gegebenen arithmetischen Ausdruck über den ganzen Zahlen auswertet, d.h. das Ergebnis gemäß den üblichen arithmetischen Rechenregeln bestimmt.

Beispiel: `eval (["+",["*",[1],[2]],["-",[3],[4]]])` ergibt 1

Sie können dabei davon ausgehen, dass der eingegebene Baum syntaktisch korrekt ist und nur die binären Operationszeichen "+", "*", "-" und "/" enthält.