

Logik und Datenbanken

Wintersemester 2012/13

Übungsblatt 2

Zu bearbeiten bis Donnerstag, 8. November 2012

Aufgabe 1:

(25 Punkte)

Beweisen Sie Lemma 2.12, d.h. zeigen Sie, dass jede CQ-Formel äquivalent zu einer CQ-Formel in Normalform ist.

Ausführliche Hinweise dazu finden Sie in Kapitel 4 von [AHV].

Aufgabe 2:

(20 Punkte)

a) Betrachten Sie die beiden regelbasierten konjunktiven Programme P' und P'' :

$$P' : \quad \begin{aligned} W(x, y) &\leftarrow E(x, z_1), E(z_1, z_2), E(z_2, y) \\ Ans'(x) &\leftarrow W(x, z), W(z, x) \end{aligned}$$

$$P'' : \quad \begin{aligned} F_0(x, y) &\leftarrow E(x, y) \\ F_1(x, y) &\leftarrow F_0(x, z), F_0(z, y) \\ F_2(x, y) &\leftarrow F_1(x, z), F_1(z, y) \\ Ans''(x, y) &\leftarrow F_2(x, z), F_2(z, y) \end{aligned}$$

Beschreiben Sie die Anfragefunktionen, die durch $P'(Ans')$ und $P''(Ans'')$ definiert werden in Worten und wandeln Sie diese jeweils in eine äquivalente regelbasierte konjunktive Anfrage (mit “=”) um.

b) Entwickeln Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der bei Eingabe eines regelbasierten konjunktiven Programms P und eines idb-Prädikats S von P eine zu $P(S)$ äquivalente regelbasierte konjunktive Abfrage Q (mit “=”) berechnet.

Weisen Sie die Korrektheit des Algorithmus nach und analysieren Sie dessen Zeitkomplexität.

Aufgabe 3:

(30 Punkte)

Sei \mathbf{R} ein Datenbankschema, das aus genau einem Relations-Namen R besteht. Die Stelligkeit von R sei 1.

Finden Sie eine Funktion $g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, so dass für alle Werte $k, n \in \mathbb{N}$, alle regelbasierten Anfragen Q vom Schema \mathbf{R} und alle Datenbanken \mathbf{I} vom Schema \mathbf{R} mit $\|Q\| = k$ und $\|\mathbf{I}\| = n$ gilt: das Ergebnis $\llbracket Q \rrbracket(\mathbf{I})$ enthält höchstens $g(k, n)$ viele verschiedene Tupel.

Zeigen Sie (für alle k und n), dass Ihre obere Schranke tatsächlich erreicht werden kann.

Aufgabe 4:

(25 Punkte)

Beweisen Sie, dass das Auswertungsproblem für Boolesche regelbasierte konjunktive Anfragen mit “=” NP-vollständig ist.