Aufgabe 6 (a)

Definition (Die Sprache AL)

Im Folgenden wird die Sprache AT der arithmetischen Terme mit den Variablen a, b und c über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b, c, +, -, \cdot, (,)\}$ *rekursiv definiert: Basisregel:*

(B) a, b, $c \in AT$.

Rekursive Regeln:

(R1) *Ist* w *in* AT, *so ist auch* $-w$ *in* AT.

(R2) *Sind* w_1 *und* w_2 *in* AT, *so sind auch* $(w_1 + w_2)$ *und* $(w_1 \cdot w_2)$ *in* AT.

Welche der folgenden Wörter gehören zur Sprache AT, welche nicht?

Aufgabe 6 (a)

Definition (Die Sprache AL)

Im Folgenden wird die Sprache AT der arithmetischen Terme mit den Variablen a, b und c über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b, c, +, -, \cdot, (,)\}$ *rekursiv definiert: Basisregel:*

(B) $a,\ b,\ c \in AT$.

Rekursive Regeln:

(R1) *Ist* w *in* AT, *so ist auch* $-w$ *in* AT.

(R2) *Sind* w_1 *und* w_2 *in* AT, *so sind auch* $(w_1 + w_2)$ *und* $(w_1 \cdot w_2)$ *in* AT.

Welche der folgenden Wörter gehören zur Sprache AT, welche nicht?

(i) $-a$

Aufgabe 6 (a)

Definition (Die Sprache AL)

Im Folgenden wird die Sprache AT der arithmetischen Terme mit den Variablen a, b und c über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b, c, +, -, \cdot, (,)\}$ *rekursiv definiert: Basisregel:*

(B) a, b, $c \in AT$.

Rekursive Regeln:

(R1) *Ist* w *in* AT*, so ist auch* $-w$ *in* AT.

(R2) *Sind* w_1 *und* w_2 *in* AT*, so sind auch* $(w_1 + w_2)$ *und* $(w_1 \cdot w_2)$ *in* AT.

Welche der folgenden Wörter gehören zur Sprache AT, welche nicht?

(i) $-a$

(ii) $(a - (b \cdot a))$

Aufgabe 6 (a)

Definition (Die Sprache AL)

Im Folgenden wird die Sprache AT der arithmetischen Terme mit den Variablen a, b und c über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b, c, +, -, \cdot, (,)\}$ *rekursiv definiert: Basisregel:*

(B) $a,\ b,\ c \in AT$.

Rekursive Regeln:

(R1) *Ist* w *in* AT, *so ist auch* $-w$ *in* AT.

(R2) *Sind* w_1 *und* w_2 *in* AT, *so sind auch* $(w_1 + w_2)$ *und* $(w_1 \cdot w_2)$ *in* AT.

Welche der folgenden Wörter gehören zur Sprache AT, welche nicht?

(i) $-a$

(ii) $(a - (b \cdot a))$

(iii) $(b + - - - - a)$

Aufgabe 6 (a)

Definition (Die Sprache AL)

Im Folgenden wird die Sprache AT der arithmetischen Terme mit den Variablen a, b und c über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b, c, +, -, \cdot, (,)\}$ *rekursiv definiert: Basisregel:*

(B) a, b, $c \in AT$.

Rekursive Regeln:

(R1) *Ist* w *in* AT, *so ist auch* $-w$ *in* AT.

(R2) *Sind* w_1 *und* w_2 *in* AT, *so sind auch* $(w_1 + w_2)$ *und* $(w_1 \cdot w_2)$ *in* AT.

Welche der folgenden Wörter gehören zur Sprache AT, welche nicht?

(i) $-a$

(ii) $(a - (b \cdot a))$

(iii) $(b + - - - - a)$

(iv) $(a + b + c)$

Aufgabe 6 (a)

Definition (Die Sprache AL)

Im Folgenden wird die Sprache AT der arithmetischen Terme mit den Variablen a, b und c über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b, c, +, -, \cdot, (,)\}$ *rekursiv definiert: Basisregel:*

(B) $a,\ b,\ c \in AT$.

Rekursive Regeln:

(R1) *Ist* w *in* AT, *so ist auch* $-w$ *in* AT.

(R2) *Sind* w_1 *und* w_2 *in* AT, *so sind auch* $(w_1 + w_2)$ *und* $(w_1 \cdot w_2)$ *in* AT.

Welche der folgenden Wörter gehören zur Sprache AT, welche nicht?

(i) $-a$

(ii) $(a - (b \cdot a))$

(iii) $(b + - - - - a)$

(iv) $(a + b + c)$

(v) $(b \cdot (b + -a))$

Aufgabe 6 (a)

Definition (Die Sprache AL)

Im Folgenden wird die Sprache AT der arithmetischen Terme mit den Variablen a, b und c über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b, c, +, -, \cdot, (,)\}$ *rekursiv definiert: Basisregel:*

(B) a, b, $c \in AT$.

Rekursive Regeln:

(R1) *Ist* w *in* AT*, so ist auch* $-w$ *in* AT.

(R2) *Sind* w_1 *und* w_2 *in* AT*, so sind auch* $(w_1 + w_2)$ *und* $(w_1 \cdot w_2)$ *in* AT.

Welche der folgenden Wörter gehören zur Sprache AT, welche nicht?

(i) $-a$

(ii) $(a - (b \cdot a))$

(iii) $(b + - - - - a)$

(iv) $(a + b + c)$

(v) $(b \cdot (b + -a))$

(vi) $(b \cdot (b - +a))$

Aufgabe 6 (b)(c)

Definition (Die Sprache AL)

Im Folgenden wird die Sprache AT der arithmetischen Terme mit den Variablen a, b und c über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b, c, +, -, \cdot, (,)\}$ *rekursiv definiert: Basisregel:*

(B) a, b, $c \in AT$.

Rekursive Regeln:

(R1) *Ist* w *in* AT*, so ist auch* $-w$ *in* AT.

(R2) *Sind* w_1 *und* w_2 *in* AT*, so sind auch* $(w_1 + w_2)$ *und* $(w_1 \cdot w_2)$ *in* AT.

Welche der folgenden Wörter gehören zur Sprache AT, welche nicht?

(b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, so dass $L(G) = AT$.

Aufgabe 6 (b)(c)

Definition (Die Sprache AL)

Im Folgenden wird die Sprache AT der arithmetischen Terme mit den Variablen a, b und c über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b, c, +, -, \cdot, (,)\}$ *rekursiv definiert: Basisregel:*

(B) a, b, $c \in AT$.

Rekursive Regeln:

(R1) *Ist* w *in* AT, *so ist auch* $-w$ *in* AT.

(R2) *Sind* w_1 *und* w_2 *in* AT, *so sind auch* $(w_1 + w_2)$ *und* $(w_1 \cdot w_2)$ *in* AT.

Welche der folgenden Wörter gehören zur Sprache AT, welche nicht?

(b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, so dass $L(G) = AT$.

(c) Geben Sie ein Ableitungsbaum für das Wort $-(-c \cdot (a + b))$ entsprechend Ihrer Grammatik an.

Aufgabe 6 (d)

Definition (Die Sprache AL)

Im Folgenden wird die Sprache AT der arithmetischen Terme mit den Variablen a, b und c über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b, c, +, -, \cdot, (,)\}$ *rekursiv definiert: Basisregel:*

(B) a, b, $c \in AT$.

Rekursive Regeln:

(R1) *Ist w in AT, so ist auch $-w$ in AT.*

(R2) *Sind w_1 und w_2 in AT, so sind auch $(w_1 + w_2)$ und $(w_1 \cdot w_2)$ in AT.*

Für jedes Wort $w \in \Sigma^*$ bezeichne $v(w)$ die Anzahl der Vorkommen der Symbole a, b und c in w und $o(w)$ die Anzahl der Vorkommen der Symbole $-$, $+$ und $\cdot$ in w. Beweisen Sie durch vollst. Induktion, dass für alle Wörter $w \in AT$ gilt: $v(w) \leq o(w) + 1$.