Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Informatik
Theorie komplexer Systeme
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

8. Dezember 2011

Logik in der Informatik

Wintersemester 2011 / 2012

Übungsblatt 7

Zu bearbeiten bis Donnerstag, 15. Dezember 2011

Aufgabe 1: (20 Punkte)

Aus der Vorlesung wissen Sie, dass für jede endliche Signatur σ, jede Klasse S von σ-Strukturen und jede Anfrage Q gilt:

$$Q \text{ ist FO-definierbar auf } \mathsf{S} \implies Q \text{ ist Gaifman-lokal auf } \mathsf{S}.$$

Gilt auch die Umkehrung? D.h. gilt für jede Anfrage Q:

$$Q \text{ ist Gaifman-lokal auf } \mathsf{S} \implies Q \text{ ist FO-definierbar auf } \mathsf{S}\ ?$$

Belegen Sie Ihre Antwort, indem Sie entweder beweisen, dass die Umkehrung gilt, oder indem Sie ein Gegenbeispiel angeben.

Aufgabe 2: (30 Punkte)

Finden Sie einen auf dem Satz von Hanf beruhenden Beweis der folgenden Variante des Satzes von Seese:

Für jede Zahl $d \in \mathbb{N}_{\geqslant 1}$ und jeden FO$[E]$-Satz φ gibt es einen Algorithmus, der das

AUSWERTUNGSPROBLEM FÜR φ AUF DER KLASSE ALLER ENDLICHEN GRAPHEN VOM GRAD $\leqslant d$	
Eingabe:	ein endlicher Graph G vom Grad $\leqslant d$
Frage:	Gilt $G \models \varphi$?

in Zeit $\mathcal{O}(n)$ löst, wobei $n = |V^G| + |E^G|$ für $G = (V^G, E^G)$ ist.

Aufgabe 3: (30 Punkte)

Sei Σ ein endliches Alphabet und SFR_Σ die Klasse aller sternfreien regulären Ausdrücke über Σ. Zeigen Sie, dass Folgendes gilt: Für jede sternfreie reguläre Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ gibt es einen FO$[\sigma_\Sigma]$-Satz, der die Sprache L beschreibt.

Aufgabe 4: (20 Punkte)

Finden Sie eine Sprache L, für die Sie Folgendes beweisen können:
L ist regulär, aber L ist nicht sternfrei regulär.