Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Informatik
Theorie komplexer Systeme
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

9. Februar 2011

Diskrete Modellierung

Wintersemester 2010/2011

Übungsblatt 14

Abgabe: *bis 16. Februar 2011, 8.15 Uhr (vor der Vorlesung oder in Raum RM 11-15/113)*

Aufgabe 1: **(20 Punkte)**

Welche der folgenden Sprachen L_1, L_2, L_3 und L_4 über dem Alphabet $\Sigma = \{a\}$ sind regulär, welche nicht? Beweisen Sie Ihre Antwort jeweils mit Hilfe des Pumping-Lemmas oder durch die Angabe eines endlichen Automaten bzw. eines regulären Ausdrucks.

(a) $L_1 := \{a^{n+n} : n \in \mathbb{N}_{>0}\}$

(b) $L_2 := \{a^{n-n} : n \in \mathbb{N}_{>0}\}$

(c) $L_3 := \{a^{n \cdot n} : n \in \mathbb{N}_{>0}\}$

(d) $L_4 := \{a^{n/n} : n \in \mathbb{N}_{>0}\}$

Aufgabe 2: **(20 Punkte)**

Die Sprache $\mathbf{REG_{ab}}$ der *Regulären Ausdrücke* über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ ist die Menge der Wörter über dem Alphabet $A = \{\emptyset, \varepsilon, a, b, |, \cdot, ^*, (,)\}$, die rekursiv wie folgt definiert ist:

Basisregel:
(B1) Die Symbole $\emptyset$ und ε sind in $\mathbf{REG_{ab}}$.
(B2) Die Buchstaben a und b sind in $\mathbf{REG_{ab}}$.

Rekursive Regeln:
(R1) Ist R in $\mathbf{REG_{ab}}$, so ist auch R^* in $\mathbf{REG_{ab}}$.
(R2) Sind R und S in $\mathbf{REG_{ab}}$, so ist auch $(R \cdot S)$ in $\mathbf{REG_{ab}}$.
(R3) Sind R und S in $\mathbf{REG_{ab}}$, so ist auch $(R|S)$ in $\mathbf{REG_{ab}}$.

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, so dass $L(G) = \mathbf{REG_{ab}}$ ist. Stellen Sie einen Ableitungsbaum für das folgende Wort auf:

$$((a|b)^* \cdot \emptyset)$$

Geben Sie außerdem eine umgangssprachliche Beschreibung der gemäß Definition 7.22 durch diesen regulären Ausdruck beschriebenen Sprache $L(((a|b)^* \cdot \emptyset))$ an.

Aufgabe 3: **(30 Punkte)**

Die drei Schlagzeuger John Bonham, Keith Moon und Neil Peart treffen sich zu einer Jamsession. Alle drei haben jeweils ihr Schlagzeug dabei, doch nur Neil hat auch an seine beiden Drumsticks gedacht. Immerhin hat der zerstreute John noch einen weiteren Drumstick dabei, der cholerische Keith hat seine im Wutanfall zerstört. Insgesamt haben die drei also nur drei Drumsticks. Trotzdem will keiner komplett aufs Schlagzeugspielen verzichten. Sie bauen ihre Schlagzeuge im Kreis auf und setzen sich jeweils hinter ihr eigenes; jeder von ihnen sitzt nun neben den beiden anderen. Die drei Drumsticks werden so zwischen die Schlagzeuge gelegt, dass links und rechts von jedem Schlagzeuger genau ein Drumstick liegt. Will einer der drei sein Schlagzeug spielen, so muss er den Drumstick rechts *und* den Drumstick links dazu nehmen. Hört er auf zu spielen, so legt er die Drumsticks wieder an ihren Platz zurück. Sind für einen Schlagzeuger nicht *beide* Drumsticks, links und rechts, verfügbar, so spielt er sein Schlagzeug nicht (ein echter Drummer spielt nicht mit nur einem Stick!) sondern hält sich stattdessen die Ohren zu.

Modellieren Sie diesen Konflikt um die Drumsticks und die möglichen Abläufe (wer spielt wann sein Schlagzeug) durch ein Petri-Netz. Nutzen Sie für jeden Drumstick eine Stelle, die markiert ist, wenn der entsprechende Stick verfügbar ist. Nutzen Sie außerdem für jeden der drei Schlagzeuger eine oder mehrere Stellen, deren Markierung angibt, ob der Schlagzeuger gerade sein Schlagzeug spielt oder sich die Ohren zuhält. Verbinden Sie die von Ihnen genutzten Stellen durch Transitionen und wählen Sie eine passende Startmarkierung so, dass alle erreichbaren Markierungen Ihres Petri-Netzes einer möglichen Situation in der Jamsession entsprechen und andererseits auch jede mögliche Situation, die in der Jamsession auftreten kann durch eine erreichbare Markierung Ihres Petri-Netzes repräsentiert wird. Wählen Sie aussagekräftige Bezeichnungen für Ihre Stellen und Transitionen wie in Beispiel 9.7, so dass für jede Stelle und Transition klar wird, welche Situation bzw. Aktion sie beschreibt.

Achtung: Es ist nicht gefordert, dass die Schlagzeuger in irgendeiner festen Reihenfolge spielen sollen, auch müssen keine Fairness-Kriterien gelten. So ist es durchaus möglich, dass ein Schlagzeuger, nachdem er die Drumsticks abgelegt hat, diese gleich wieder aufnimmt und weiterspielt, ohne, dass einer der beiden anderen zum Zuge kam.

Aufgabe 4: (30 Punkte)

In dieser Aufgabe soll ein ER-Modell für die Verwaltung der Uni-Sporthalle erstellt werden. Jeder einzelne Sportkurs kann über seine Anfangszeit und den Wochentag, an dem er stattfindet identifiziert werden. Darüber hinaus soll die Anzahl der Teilnehmer bekannt sein. In jedem einzelnen Sportkurs wird natürlich nur eine bestimmte Sportart ausgeübt. Und für jeden Kurs einer Sportart soll immer Material in einer bestimmten Anzahl zur Verfügung stehen (bspw. für jeden Basketballkurs immer zwölf Basketbälle, für jeden Badmintonkurs ein Netz und acht Federbälle).

Die Kurse selbst sind entweder individuelle Kurse, d. h. die Teilnehmer treffen sich ohne Kursleiter, oder unter Anleitung genau eines Kursleiters aus dem Mitarbeiterpool. Jeder einzelne Mitarbeiter soll hierbei mindestens drei und maximal fünf Kurse leiten. Für jede Sportart zeichnet sich auch immer genau ein Mitarbeiter verantwortlich, wobei ein Mitarbeiter für beliebig viele Sportarten als Verantwortlicher zur Verfügung stehen kann.

Jeder einzelne Mitarbeiter kann mit seiner Personalnummer identifiziert werden. Weiterhin wird sein Name hinterlegt und das Datum seiner Anstellung, um jederzeit seine Erfahrung im Uni-Sporthallenalltag einschätzen zu können. Schließlich gibt es unter den Mitarbeitern, wie so oft, eine Hierarchie, wobei jeder Mitarbeiter höchstens einen Vorgesetzten hat.

Modellieren Sie den oben angegebenen Sachverhalt durch ein ER-Diagramm. Benutzen Sie dafür genau die Entitäten *Kurs*, *Sportart*, *Equipment* und *Personal*. Geben Sie die entsprechenden Beziehungen wie auch die Kardinalitäten, die modellierten Attribute, Schlüsselattribute und ggf. zusätzlich getroffene Entscheidungen bei der Modellierung an.