

Logik in der Informatik
Wintersemester 2009/2010

Übungsblatt 11

Zu bearbeiten bis Dienstag, 26. Januar 2010

Aufgabe 1: (25 Punkte)

Sei \mathfrak{B} ein Nichtstandard-Modell der Arithmetik.

Zeigen Sie: Zwischen je zwei Kopien von $(\mathbb{Z}, \leq^{\mathfrak{Z}})$ in \mathfrak{B} liegt eine weitere Kopie von $(\mathbb{Z}, \leq^{\mathfrak{Z}})$.

Aufgabe 2: (25 Punkte)

Sei A ein endliches Alphabet. Zeigen Sie, dass Folgendes gilt:

- (a) Eine Menge $L \subseteq A^*$ ist genau dann semi-entscheidbar, wenn sie rekursiv aufzählbar ist.
- (b) Jede entscheidbare Menge $L \subseteq A^*$ ist rekursiv aufzählbar.

Aufgabe 3: (25 Punkte)

Sei A ein endliches Alphabet. Zeigen Sie, dass Folgendes gilt:

- (a) Sind $L_1 \subseteq A^*$ und $L_2 \subseteq A^*$ rekursiv aufzählbare Mengen, so ist auch die Menge $L_1 \cap L_2$ rekursiv aufzählbar.
- (b) Sind $L \subseteq A^*$ und $\bar{L} := A^* \setminus L$ rekursiv aufzählbar, so ist L entscheidbar.

Aufgabe 4: (25 Punkte)

Berechnen Sie die Gödelnummern der $\sigma_{A,r}$ -Terme $\underline{0}$, $\underline{1}$, $\underline{2}$ und $\underline{3}$.