

**Logik in der Informatik**  
Wintersemester 2009/2010

**Übungsblatt 11**

*Zu bearbeiten bis Dienstag, 26. Januar 2010*

**Aufgabe 1:** (25 Punkte)

Sei  $\mathfrak{B}$  ein Nichtstandard-Modell der Arithmetik.

Zeigen Sie: Zwischen je zwei Kopien von  $(\mathbb{Z}, \leq^{\mathfrak{Z}})$  in  $\mathfrak{B}$  liegt eine weitere Kopie von  $(\mathbb{Z}, \leq^{\mathfrak{Z}})$ .

**Aufgabe 2:** (25 Punkte)

Sei  $A$  ein endliches Alphabet. Zeigen Sie, dass Folgendes gilt:

- (a) Eine Menge  $L \subseteq A^*$  ist genau dann semi-entscheidbar, wenn sie rekursiv aufzählbar ist.
- (b) Jede entscheidbare Menge  $L \subseteq A^*$  ist rekursiv aufzählbar.

**Aufgabe 3:** (25 Punkte)

Sei  $A$  ein endliches Alphabet. Zeigen Sie, dass Folgendes gilt:

- (a) Sind  $L_1 \subseteq A^*$  und  $L_2 \subseteq A^*$  rekursiv aufzählbare Mengen, so ist auch die Menge  $L_1 \cap L_2$  rekursiv aufzählbar.
- (b) Sind  $L \subseteq A^*$  und  $\bar{L} := A^* \setminus L$  rekursiv aufzählbar, so ist  $L$  entscheidbar.

**Aufgabe 4:** (25 Punkte)

Berechnen Sie die Gödelnummern der  $\sigma_{A,r}$ -Terme  $\underline{0}$ ,  $\underline{1}$ ,  $\underline{2}$  und  $\underline{3}$ .