

Logik in der Informatik
Wintersemester 2009/2010

Übungsblatt 2

Zu bearbeiten bis Dienstag, 3. November 2009

Aufgabe 1:

(20 Punkte)

Es sei R ein 2-stelliges Relationssymbol und f ein 2-stelliges Funktionssymbol. Berechnen Sie

- (a) $(R(v_1, v_2) \wedge f(v_0, v_2)=v_1) \frac{f(v_0, v_2), f(v_1, v_5)}{v_0, v_2}$
- (b) $\exists v_1 (R(v_1, v_2) \wedge f(v_0, v_2)=v_1) \frac{v_2, v_3}{v_0, v_2}$
- (c) $\exists v_1 (R(v_1, v_2) \wedge \forall v_2 f(v_0, v_2)=v_1) \frac{f(v_0, v_2), v_3}{v_1, v_2}$
- (d) $\exists v_1 (R(v_0, v_2) \wedge \forall v_0 R(v_1, f(v_4, v_0))) \frac{f(v_1, v_2), v_0}{v_0, v_3}$

Aufgabe 2:

(20 Punkte)

Die Signatur σ bestehe aus einem 2-stelligen Relationssymbol E und einem 2-stelligen Funktionssymbol f . Betrachten Sie die FO[σ]-Formeln

- (a) $\varphi_1 := \forall v_0 \forall v_1 (E(v_0, v_1) \leftrightarrow f(v_0, v_0)=v_1)$
- (b) $\varphi_2 := \exists v_0 (E(v_0, f(v_1, v_0)) \wedge \forall v_2 \forall v_3 \neg f(v_2, v_3)=v_3)$

Geben Sie für jedes $i \in \{1, 2\}$ eine σ -Interpretation \mathcal{I}_i und eine σ -Interpretation \mathcal{J}_i an mit $\mathcal{I}_i \models \varphi_i$ und $\mathcal{J}_i \not\models \varphi_i$.

Aufgabe 3:

(30 Punkte)

Entwickeln Sie einen Algorithmus, der bei Eingabe einer beliebigen FO[σ]-Formel φ eine zu φ äquivalente Formel φ' in pränexer Normalform erzeugt.
Analysieren Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus (in Abhängigkeit von der Länge der Eingabe φ).

Aufgabe 4:

(30 Punkte)

Arbeiten Sie die Details des Beweises von Satz 3.7 aus und geben Sie eine detaillierte Analyse des Zeit- und Platzbedarfs Ihres Algorithmus an.