

Logik in der Informatik
Wintersemester 2008 / 2009
Übungsblatt 9

Zu bearbeiten bis Dienstag, 13. Januar 2009

Aufgabe 1:

(25 Punkte)

Beweisen Sie Lemma 7.37, d.h. zeigen Sie folgendes:

- (a) Für alle $t \in T_\sigma$ gilt: $\llbracket t \rrbracket^{\mathcal{I}_\Phi} = [t]$.
(b) Für alle *atomaren* FO[σ]-Formeln φ gilt: $[\mathcal{I}_\Phi] \models \varphi \iff \Phi \vdash_{\mathcal{L}} \varphi$

Aufgabe 2:

(25 Punkte)

Arbeiten Sie die Details für den Fall $\varphi = (\varphi_1 \wedge \varphi_2)$ im Beweis des Satzes von Henkin aus.

Aufgabe 3:

(25 Punkte)

Sei $\sigma := \{E\}$ die Signatur, die aus einem 2-stelligen Relationssymbol E besteht.
Berechnen Sie die reduzierte Termstruktur \mathcal{A}_Φ für die Formelmenge

$$\Phi := \{v_i = v_{i+2} : i \geq 1\} \cup \{Ev_0v_7, Ev_1v_4, Ev_6v_0, \forall v_1 \forall v_3 (Ev_1v_3 \rightarrow Ev_3v_1)\}.$$

Aufgabe 4:

(25 Punkte)

Sei σ eine beliebige Signatur. Betrachten Sie die Formelmenge

$$\Phi := \{v_0 = t : t \in T_\sigma\} \cup \{\exists v_0 \exists v_1 \neg v_0 = v_1\}.$$

Zeigen Sie, dass folgendes gilt:

- (a) Φ ist widerspruchsfrei.
(b) Es gibt keine Menge $\Psi \subseteq \text{FO}[\sigma]$ mit $\Psi \supseteq \Phi$, so dass Ψ widerspruchsfrei ist und Beispiele enthält.