

## Logik in der Informatik

Wintersemester 2008 / 2009

### Übungsblatt 2

Zu bearbeiten bis Dienstag, 4. November 2008

#### Aufgabe 1:

(20 Punkte)

Es sei  $f$  ein 2-stelliges Funktionssymbol. Betrachten Sie die Substitution  $S$  mit  $S(v_1) := fv_0v_0$ ,  $S(v_2) := fv_0v_1$  und  $S(v_3) := fv_1v_0$ . Berechnen Sie  $\varphi S$  für  $\varphi :=$

- (a)  $v_3 = fv_1v_2$
- (b)  $\forall v_2 v_3 = fv_1v_2$
- (c)  $\exists v_1 v_3 = fv_1v_2$
- (d)  $\exists v_1 \forall v_2 v_3 = fv_1v_2$ .

#### Aufgabe 2:

(20 Punkte)

Die Signatur  $\sigma$  bestehe aus einem 2-stelligen Funktionssymbol  $f$  und einem 1-stelligen Relationsymbol  $P$ . Betrachten Sie die FO[ $\sigma$ ]-Formeln

- (a)  $\varphi_1 := \exists v_0 \forall v_1 fv_0v_1 = v_1$
- (b)  $\varphi_2 := \exists v_0 (Pv_0 \wedge \forall v_1 Pfv_0v_1)$

Geben Sie für jedes  $i \in \{1, 2\}$   $\sigma$ -Interpretationen  $\mathcal{I}_i$  und  $\mathcal{J}_i$  an mit  $\mathcal{I}_i \models \varphi_i$  und  $\mathcal{J}_i \not\models \varphi_i$ .

#### Aufgabe 3:

(30 Punkte)

Entwickeln Sie einen Algorithmus, der bei Eingabe einer beliebigen FO[ $\sigma$ ]-Formel  $\varphi$  eine zu  $\varphi$  äquivalente Formel  $\varphi'$  in pränexer Normalform erzeugt.

Analysieren Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus (in Abhängigkeit von der Länge der Eingabe  $\varphi$ ).

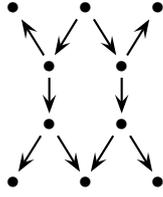
#### Aufgabe 4:

(30 Punkte)

Betrachten Sie die auf der Rückseite dieses Blattes skizzierten Graphen  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$ .

- (a) Welches ist das kleinste  $m$ , so dass Spoiler eine Gewinnstrategie im  $m$ -Runden Ehrenfeucht-Fraïssé Spiel auf  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$  hat? (Begründen Sie Ihre Antwort.)
- (b) Finden Sie für Ihre Antwort  $m$  aus Teil (a) einen FO[ $\{E\}$ ]-Satz  $\psi$  der Quantorentiefe  $m$ , so dass  $\mathfrak{A} \models \psi$  und  $\mathfrak{B} \models \neg\psi$ .

Graph  $\mathfrak{A}$  :



Graph  $\mathfrak{B}$  :

