

Logik in der Informatik

Wintersemester 2008 / 2009

Übungsblatt 12

Zu bearbeiten bis Dienstag, 3. Februar 2009

Aufgabe 1:

(25 Punkte)

Sei σ eine Signatur und sei T eine σ -Theorie. Zeigen Sie folgendes: Falls T rekursiv aufzählbar ist, so ist T effektiv axiomatisierbar.

Aufgabe 2:

(20 Punkte)

Berechnen Sie die Gödelnummern der σ_{Ar} -Terme 0, 1, 2 und 3.

Aufgabe 3:

(25 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgendes gilt: Sind M_1 und M_2 zwei rekursiv aufzählbare Mengen, so ist auch die Menge $M_1 \cap M_2$ rekursiv aufzählbar.

Aufgabe 4:

(30 Punkte)

Beweisen Sie Behauptung 5 aus dem Beweis von Lemma 9.17, d.h. zeigen Sie, dass die Funktion $g : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$$g(y_1, y_2) := \frac{1}{2}(y_1 + y_2 + 1)(y_1 + y_2) + y_2$$

(für alle $y_1, y_2 \in \mathbb{N}$) bijektiv ist.