Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Informatik
Theorie komplexer Systeme
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

13. Januar 2009

Logik in der Informatik

Wintersemester 2008 / 2009

Übungsblatt 10

Zu bearbeiten bis Dienstag, 20. Januar 2009

Aufgabe 1: (25 Punkte)

Beweisen Sie, dass folgendes gilt: Ist σ eine abzählbare Signatur, so ist die Menge aller FO$[\sigma]$-Formeln abzählbar.

Aufgabe 2: (25 Punkte)

Arbeiten Sie die Details am Ende des Beweises von Lemma 7.41 aus, d.h. zeigen Sie, dass folgendes gilt: Ist für jedes $n \in \mathbb{N}$ die im Beweis von Lemma 7.41 definierte Menge Ψ_n widerspruchsfrei, so ist auch die Menge $\Psi := \bigcup_{n\in\mathbb{N}} \Psi_n$ widerspruchsfrei.

Aufgabe 3: (25 Punkte)

Beweisen Sie Behauptung 2 aus dem Beweis von Lemma 7.42, d.h. zeigen Sie, dass die im Beweis von Lemma 7.42 definierte Formelmenge Θ widerspruchsfrei ist.

Aufgabe 4: (25 Punkte)

Zeigen Sie folgendes:

(a) Es gibt eine widerspruchsfreie, negationstreue Formelmenge $\Phi \subseteq$ FO$[\sigma]$, so dass $[\mathcal{I}_\Phi] \not\models \Phi$.

(b) Es gibt eine widerspruchsfreie Menge $\Phi \subseteq$ FO$[\sigma]$, die Beispiele enthält, so dass $[\mathcal{I}_\Phi] \not\models \Phi$.

Hinweis zu (a): Betrachten Sie zunächst die Formelmenge $\{\, \exists v_0\, Pv_0 \,\} \cup \{\, \neg Pt \,:\, t \in T_\sigma \,\}$.