Diskrete Modellierung (WS 08/09)

Lösungen zum 13. Übungsblatt

Aufgabe 1

Beweis durch Widerspruch.

Ann: L ist regulär.

Wähle $z \in \mathbb{N}$ gemäß dem Pumping-Lemma und betrachte das Wort

$$x := a^{(z^2)}.$$

Klar: $x \in L$ und $|x| \geq z$.

Gemäß dem Pumping-Lemma gibt es also eine Zerlegung von x in Wörter $u, v, w \in \{a\}^*$, so dass

(a) $x = uvw$

(b) $|uv| \leq z$

(c) $|v| \geq 1$

(d) f.a. $i \in \mathbb{N}$ ist $uv^i w \in L$.

Wegen (d) gilt insbesondere

$$uv^2w = a^{z^2+|v|} \in L.$$

Es gilt aber:

- $|uv^2w| = z^2 + |v| \overset{(c)}{>} z^2$
- $|uv^2w| = z^2 + |v| \overset{(b)}{\leq} z^2 + z < z^2 + 2z + 1 = (z+1)^2$.

D.h. $z^2 < |uv^2w| < (z+1)^2$.

Da es zwischen z^2 und $(z+1)^2$ keine Quadratzahl (d.h. eine Zahl $m \in \mathbb{N}$, für die eine Zahl $n \in \mathbb{N}$ mit $n^2 = m$ existiert) gibt, folgt, dass

$$|uv^2w|$$

keine Quadratzahl ist, d.h.

$$uv^2w \notin L. \; \lightning$$

$\blacksquare$

Aufgabe 2

(a) (i) definiert die Sprache

$$\{awa : w \in \{a,b\}^*\},$$

d.h. die Sprache aller Wörter über $\{a,b\}^*$ der Länge ≥ 2, die mit "a" anfangen und enden.

(ii) definiert die Sprache

$$\{w \in \{a,b\}^* : |w| \geq 3 \text{ und der drittletzte Buchstabe von } w \text{ ist ein } a\}$$

(iii) definiert die Sprache

$$\{w \in \{a,b\}^* : w \text{ enthält mindestens drei "b"s}\}$$

(b) (i) $(a|b)^* b$

(ii) $(aaa)^*$

(iii) $(b^* a b^* a)^* b^*$

Aufgabe 3:

(a) (i) – ./musik/ Liegt in L(R):

Das Teilwort "./" „passt" zu $(a|b|\cdots|z|.)(a|b|\cdots|z|.)^*/$
und "musik/" „passt" zu $(a|b|\cdots|z|.)(a|b|\cdots|z|.)^*/$
$\Rightarrow$ ./musik/ „passt" zu $((a|b|\cdots|z|.)(a|b|\cdots|z|.)^*/)^*$
und damit zu R

– /etc/init.d/README liegt nicht in L(R):
das Wort enthält Großbuchstaben, die aber nicht in Σ und damit in R vorkommen

– c:\\programme liegt nicht in L(R):
ähnlich wie oben – das Wort enthält z.B. ":", das nicht in Σ bzw. R vorkommt.

– /etc/default/../passwd gehört zu L(R):
Jedes der Teilwörter etc/, default/ und ../ „passt" zu $(a|b|\cdots|z|.)(a|b|\cdots|z|.)^*/$. Außerdem „passt" das Teilwort „passwd" zu $(a|b|\cdots|z|.)^*$
$\Rightarrow$ /etc/default/../passwd $\in$ L(R)

– backup~ liegt nicht in L(R):
~ kommt nicht in Σ und damit R vor

– //usr/share/texmf liegt nicht in L(R):
zwischen zwei aufeinanderfolgenden / muss immer mindestens ein Symbol aus $\{a, b, \ldots, z, .\}$ vorkommen.

(ii) $L(R)$ enthält alle Wörter über Σ der Form

(1) Name

(2) /Name

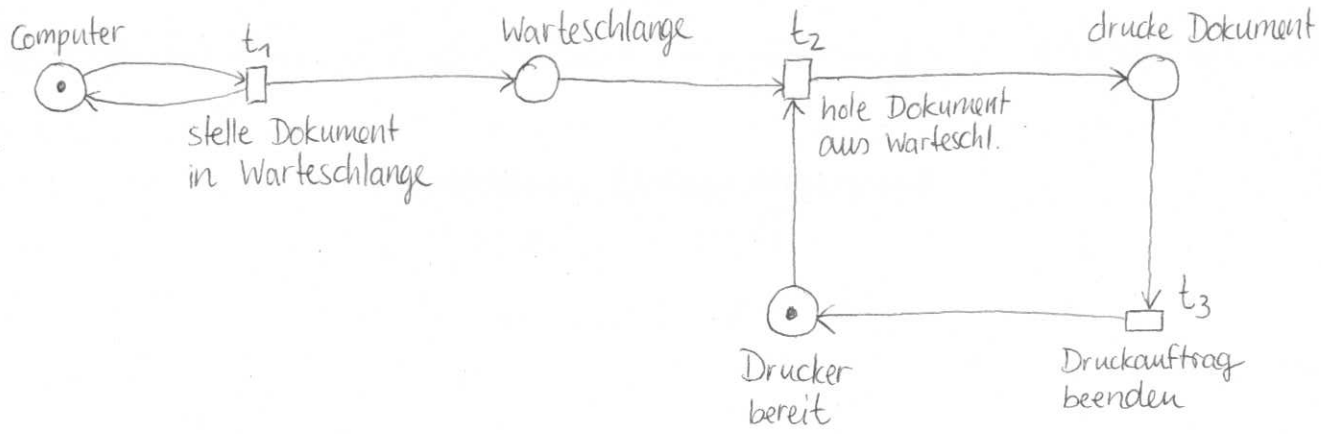
(3) $Name_1 / Name_2 / \cdots / Name_n$ oder

(4) $/Name_1 / Name_2 / \cdots / Name_n$,

wobei $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$ ist; $Name, Name_n$ beliebige Wörter über Σ sind und $Name_1, \ldots, Name_{n-1}$ Wörter über Σ der Länge mind. 1 sind.

(b) $R = (0|1|\cdots|9)(0|1|\cdots|9)(0|1|\cdots|9)(0|1|\cdots|9)(0|1|\cdots|9)\,␣$
$(A|B|\cdots|Z)(a|b|\cdots|z|A|B|\cdots|Z|␣)^*$

Aufgabe 4



- Die Transition t_1 kann immer schalten und bewirkt, dass die Anzahl der Marken auf der Stelle "Warteschlange" um 1 erhöht wird.
- Die Anzahl der Marken auf der Stelle "Warteschlange" entspricht der Anzahl der Dokumente in der Warteschlange.
- Befindet sich mind. ein Dokument in der Warteschlange (d.h. befindet sich mind. eine Marke auf "Warteschlange"), und ist der Drucker bereit (d.h. befindet sich eine Marke auf "Drucker bereit"), dann kann t_2 schalten. Wird t_2 geschaltet, so wird eine Marke von "Warteschlange" und die Marke von "Drucker bereit" entfernt und eine Marke auf "drucke Dokument" gelegt.

  Solange t_3 nicht schaltet, liegt dann auf "Drucker bereit" keine Marke, was bewirkt, dass t_2 nicht noch einmal schalten kann. D.h. solange ein Dokument gedruckt wird, kann kein weiteres Dokument aus der Warteschlange geholt und gedruckt werden.