

Diskrete Modellierung

Wintersemester 2008/2009

Übungsblatt 1

Abgabe: bis 29. Oktober 2008, 8.15 Uhr (vor der Vorlesung oder in Raum RM 11-15/113)

Bitte achten Sie darauf, dass Sie auf der Abgabe Ihrer Lösung Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe angeben. Mehrseitige Abgaben müssen zusammengeheftet werden.

Eine Aufgabe gilt nur dann als bearbeitet, wenn neben der Lösung auch die notwendigen Begründungen angegeben sind – es sei denn, in der Aufgabenstellung steht, dass eine solche Begründung nicht erforderlich ist.

Aufgabe 1: (25 Punkte)

Sei $U := \{1, 2, \dots, 10\}$ ein festes Universum, und seien $M := \{1, 3, 5\}$, $N := \{2, 3, 5, 7\}$ und $P := \{1, 4, 9\}$. Schreiben Sie jede der folgenden Mengen in extensionaler Form auf und geben Sie ihre Kardinalität an.

- | | | |
|--|--|--------------------------------------|
| (a) $M \setminus (N \cup P)$ | (d) $(M \cap \bar{P}) \cup (N \cap \bar{P})$ | (g) $M \times P \times \{a, b\}$ |
| (b) $(M \setminus N) \cup (M \setminus P)$ | (e) $M^2 \setminus (N \times P)$ | (h) $\{Q : Q \subseteq N, Q = 3\}$ |
| (c) $(M \cup N) \cap \bar{P}$ | (f) $\mathcal{P}(N)$ | |

Aufgabe 2: (25 Punkte)

Für jede der folgenden Behauptungen beweisen Sie, dass die Behauptung für alle Mengen M, N, P gilt, oder widerlegen Sie die Behauptung, indem Sie Mengen M, N, P angeben und zeigen, dass die Behauptung für diese Mengen nicht gilt:

- (a) Falls $M \subseteq N$ und $N \subsetneq P$, dann $M \subsetneq P$.
- (b) Falls $M \subseteq N$ und $N \not\subseteq P$, dann $M \not\subseteq P$.
- (c) Falls $M \in N$ und $N \in P$, dann $M \in P$.

Aufgabe 3: (25 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe von Venn-Diagrammen, welche der folgenden Behauptungen für alle Mengen M, N, P gilt, und welche nicht für alle Mengen M, N, P gilt:

- (i) $M \setminus (N \cup P) = (M \setminus N) \cup (M \setminus P)$
- (ii) $M \cap N = M \setminus (M \setminus N)$

- (b) Beweisen Sie, dass Ihre Antworten aus (a) korrekt sind.

Aufgabe 4:**(25 Punkte)**

Ein Informatikstudent hat 30 Informatikbücher von der Bibliothek ausgeliehen, die sich u.a. mit den Gebieten Algorithmik, Betriebssysteme und Compilerbau beschäftigen. Sei A die Menge der Bücher, die sich u.a. mit Algorithmik beschäftigen, B die Menge der Bücher, die sich u.a. mit Betriebssystemen beschäftigen und C die Menge der Bücher, die sich u.a. mit Compilerbau beschäftigen. Folgende Information über die Anzahl der Bücher und die von ihnen behandelten Themen ist bekannt:

$$|A| = 14, \quad |B| = 18, \quad |C| = 16, \quad |A \cap B| = 8, \quad |A \cap C| = 7, \quad |B \cap C| = 10, \quad |A \cap B \cap C| = 3.$$

- (a) Wie viele der Bücher enthalten Material aus mindestens einem der genannten Gebiete?
D.h. berechnen Sie $|A \cup B \cup C|$.
- (b) Wie viele der Bücher enthalten Material aus mindestens zwei der genannten Gebiete?
D.h. berechnen Sie $|D|$, wobei $D := (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$.
- (c) Wie viele der Bücher enthalten Material aus genau einem der genannten Gebiete?
D.h. berechnen Sie $|(A \cup B \cup C) \setminus D|$, wobei D die Menge aus (b) ist.

Hinweis: Überlegen Sie sich zunächst anhand von Venn-Diagrammen, wie man die Kardinalitäten der Mengen berechnen kann.