

Diskrete Modellierung

Wintersemester 2007/2008

Übungsblatt 5

Abgabe bis spätestens: *Mittwoch, 28. November 2007, 8.¹⁵ Uhr*
(vor der Vorlesung oder in Raum 113)

Hinweis: *Einfache Aufgaben sind mit einem ☺ markiert.*

Aufgabe 1: Erfüllbarkeit und Folgerung

(10+7+8=25 Punkte)

- ☺ (a) Geben Sie für jede der folgenden aussagenlogischen Formeln an, ob sie erfüllbar, unerfüllbar und/oder allgemeingültig ist. (Sie brauchen Ihre Antworten nicht zu begründen.)

- $(V_0 \wedge \neg V_1)$
- $(V_0 \leftrightarrow (\mathbf{1} \rightarrow V_0))$
- $(V_0 \leftrightarrow (V_0 \rightarrow \mathbf{0}))$
- $(V_1 \vee ((V_0 \wedge V_1) \rightarrow V_2))$
- $((V_0 \rightarrow V_1) \leftrightarrow (\neg V_1 \rightarrow \neg V_0))$

- ☺ (b) Für jedes $n \in \mathbb{N}$ sei die aussagenlogische Formel φ_n definiert durch

$$\varphi_n := \begin{cases} (V_n \vee V_{n+1}), & \text{falls } n \text{ gerade} \\ (V_n \rightarrow \neg V_{n+1}), & \text{falls } n \text{ ungerade.} \end{cases}$$

Es gilt also

$$\varphi_0 = (V_0 \vee V_1), \quad \varphi_1 = (V_1 \rightarrow \neg V_2), \quad \varphi_2 = (V_2 \vee V_3), \quad \varphi_3 = (V_3 \rightarrow \neg V_4), \quad \dots$$

Geben Sie eine Belegung \mathcal{B} an, so dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: \mathcal{B} erfüllt φ_n .

- (c) Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Behauptung:

$$((\neg V_0 \vee V_2) \wedge (V_1 \rightarrow \neg V_2)) \models \neg((V_0 \wedge \neg V_1) \rightarrow \neg(V_0 \rightarrow V_2))$$

Aufgabe 2: Modellierung und Äquivalenz

(13+12=25 Punkte)

Betrachten Sie die folgenden beiden Aussagen:

- (1) Wenn der Rechner einen Virus hat oder nicht mehr funktioniert, und wenn der Administrator erreichbar ist, dann rufen wir den Administrator.

- (2) Wenn der Rechner einen Virus hat, so rufen wir den Administrator, falls wir ihn erreichen; und wenn der Administrator erreichbar ist und der Rechner nicht funktioniert, so rufen wir den Administrator.

- ☺ (a) Formalisieren Sie jede der beiden Aussagen (1), (2) durch eine aussagenlogische Formel.
(b) Zeigen Sie, dass die beiden Aussagen (1) und (2) äquivalent sind.

Aufgabe 3: Modellierung und Folgerung (8+7+10=25 Punkte)

Einer Ihrer Bekannten berichtet von seiner Zimmersuche in Frankfurt und äußert Ihnen gegenüber folgende Aussagen, die auf alle der von ihm besichtigten Wohnungen zutreffen:

- Wenn es sich um eine 1-Zimmer-Wohnung handelt, dann stehen höchstens 26m^2 Wohnraum zur Verfügung oder der Mietpreis ist höher als 400€ .
- Wenn sich das Zimmer nicht in einer 1-Zimmer-Wohnung befindet, dann ist das Zimmer in einer WG.
- Wenn mehr als 26m^2 Wohnraum zur Verfügung stehen, dann liegt das Zimmer nicht in einer WG.
- Wenn mehr als 26m^2 Wohnraum zur Verfügung stehen und der Mietpreis höher als 400€ ist, dann handelt es sich nicht um eine 1-Zimmer-Wohnung.

- ☺ (a) Zerlegen Sie den obigen Text in atomare Aussagen und geben Sie eine aussagenlogische Formel φ an, die das im Text zusammengefasste Wissen repräsentiert.

Betrachten Sie nun die nachfolgenden Aussagen:

- In jeder besichtigten Wohnung stehen Ihrem Bekannten maximal 26m^2 zur Verfügung.
- Für jede besichtigte Wohnung gilt: Wenn die Wohnung in einer WG liegt, dann beträgt der Mietpreis höchstens 400€ .
- Für jede besichtigte Wohnung gilt: Wenn der verlangte Mietpreis höchstens 400€ beträgt, dann handelt es sich um eine WG oder um eine 1-Zimmer-Wohnung.

- ☺ (b) Geben Sie für jede der drei Aussagen eine aussagenlogische Formel an, die die Aussage repräsentiert.
(c) Entscheiden Sie für jede der aussagenlogischen Formeln aus (b), ob sie aus der Formel φ in (a) folgt.

Aufgabe 4: DNF und KNF (12+13=25 Punkte)

Es sei $\varphi := ((V_0 \vee \neg V_2) \rightarrow V_1)$.

- ☺ (a) Wandeln Sie φ mittels Wahrheitstafel in eine äquivalente aussagenlogische Formel in DNF um.
(b) Wenden Sie den Algorithmus aus der Vorlesung an, um eine zu φ äquivalente Formel in KNF zu finden.