

# Diskrete Modellierung

Wintersemester 2007/2008

## Übungsblatt 5

**Abgabe bis spätestens:** *Mittwoch, 28. November 2007, 8.15 Uhr*  
(vor der Vorlesung oder in Raum 113)

**Hinweis:** *Einfache Aufgaben sind mit einem ☺ markiert.*

### Aufgabe 1: Erfüllbarkeit und Folgerung

(10+7+8=25 Punkte)

- ☺ (a) Geben Sie für jede der folgenden aussagenlogischen Formeln an, ob sie erfüllbar, unerfüllbar und/oder allgemeingültig ist. (Sie brauchen Ihre Antworten nicht zu begründen.)

- $(V_0 \wedge \neg V_1)$
- $(V_0 \leftrightarrow (\mathbf{1} \rightarrow V_0))$
- $(V_0 \leftrightarrow (V_0 \rightarrow \mathbf{0}))$
- $(V_1 \vee ((V_0 \wedge V_1) \rightarrow V_2))$
- $((V_0 \rightarrow V_1) \leftrightarrow (\neg V_1 \rightarrow \neg V_0))$

- ☺ (b) Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  sei die aussagenlogische Formel  $\varphi_n$  definiert durch

$$\varphi_n := \begin{cases} (V_n \vee V_{n+1}), & \text{falls } n \text{ gerade} \\ (V_n \rightarrow \neg V_{n+1}), & \text{falls } n \text{ ungerade.} \end{cases}$$

Es gilt also

$$\varphi_0 = (V_0 \vee V_1), \quad \varphi_1 = (V_1 \rightarrow \neg V_2), \quad \varphi_2 = (V_2 \vee V_3), \quad \varphi_3 = (V_3 \rightarrow \neg V_4), \quad \dots$$

Geben Sie eine Belegung  $\mathcal{B}$  an, so dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:  $\mathcal{B}$  erfüllt  $\varphi_n$ .

- (c) Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Behauptung:

$$((\neg V_0 \vee V_2) \wedge (V_1 \rightarrow \neg V_2)) \models \neg((V_0 \wedge \neg V_1) \rightarrow \neg(V_0 \rightarrow V_2))$$

### Aufgabe 2: Modellierung und Äquivalenz

(13+12=25 Punkte)

Betrachten Sie die folgenden beiden Aussagen:

- (1) Wenn der Rechner einen Virus hat oder nicht mehr funktioniert, und wenn der Administrator erreichbar ist, dann rufen wir den Administrator.

- (2) Wenn der Rechner einen Virus hat, so rufen wir den Administrator, falls wir ihn erreichen; und wenn der Administrator erreichbar ist und der Rechner nicht funktioniert, so rufen wir den Administrator.

- ☺ (a) Formalisieren Sie jede der beiden Aussagen (1), (2) durch eine aussagenlogische Formel.  
(b) Zeigen Sie, dass die beiden Aussagen (1) und (2) äquivalent sind.

**Aufgabe 3: Modellierung und Folgerung** (8+7+10=25 Punkte)

Einer Ihrer Bekannten berichtet von seiner Zimmersuche in Frankfurt und äußert Ihnen gegenüber folgende Aussagen, die auf alle der von ihm besichtigten Wohnungen zutreffen:

- Wenn es sich um eine 1-Zimmer-Wohnung handelt, dann stehen höchstens  $26\text{m}^2$  Wohnraum zur Verfügung oder der Mietpreis ist höher als  $400\text{€}$ .
- Wenn sich das Zimmer nicht in einer 1-Zimmer-Wohnung befindet, dann ist das Zimmer in einer WG.
- Wenn mehr als  $26\text{m}^2$  Wohnraum zur Verfügung stehen, dann liegt das Zimmer nicht in einer WG.
- Wenn mehr als  $26\text{m}^2$  Wohnraum zur Verfügung stehen und der Mietpreis höher als  $400\text{€}$  ist, dann handelt es sich nicht um eine 1-Zimmer-Wohnung.

- ☺ (a) Zerlegen Sie den obigen Text in atomare Aussagen und geben Sie eine aussagenlogische Formel  $\varphi$  an, die das im Text zusammengefasste Wissen repräsentiert.

Betrachten Sie nun die nachfolgenden Aussagen:

- In jeder besichtigten Wohnung stehen Ihrem Bekannten maximal  $26\text{m}^2$  zur Verfügung.
- Für jede besichtigte Wohnung gilt: Wenn die Wohnung in einer WG liegt, dann beträgt der Mietpreis höchstens  $400\text{€}$ .
- Für jede besichtigte Wohnung gilt: Wenn der verlangte Mietpreis höchstens  $400\text{€}$  beträgt, dann handelt es sich um eine WG oder um eine 1-Zimmer-Wohnung.

- ☺ (b) Geben Sie für jede der drei Aussagen eine aussagenlogische Formel an, die die Aussage repräsentiert.  
(c) Entscheiden Sie für jede der aussagenlogischen Formeln aus (b), ob sie aus der Formel  $\varphi$  in (a) folgt.

**Aufgabe 4: DNF und KNF** (12+13=25 Punkte)

Es sei  $\varphi := ((V_0 \vee \neg V_2) \rightarrow V_1)$ .

- ☺ (a) Wandeln Sie  $\varphi$  mittels Wahrheitstafel in eine äquivalente aussagenlogische Formel in DNF um.  
(b) Wenden Sie den Algorithmus aus der Vorlesung an, um eine zu  $\varphi$  äquivalente Formel in KNF zu finden.