

Diskrete Modellierung

Wintersemester 2007/2008

Übungsblatt 2

Abgabe: Mittwoch, 7. November 2007 (bis spätestens 8:15 Uhr vor dem Magnus-Hörsaal)

Aufgabe 1: (25 Punkte)

- (a) Geben Sie alle Relationen von $M := \{1, 2\}$ nach $N := \{a, b\}$ an.
- (b) Seien M und N beliebige endliche Mengen. Wieviele Relationen von M nach N gibt es? (Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.)
- (c) Beweisen Sie, dass Ihre Antwort aus (b) korrekt ist.

Aufgabe 2: (25 Punkte)

- (a) Betrachten Sie Ihre Antwort aus Aufgabe 1(a). Geben Sie zu jeder Relation an, ob sie eine Funktion von $\{1, 2\}$ nach $\{a, b\}$ ist. Geben Sie außerdem zu jeder Funktion an, ob sie injektiv, surjektiv und/oder bijektiv ist.
- (b) Geben Sie eine injektive Funktion von $\{1, 2\}$ nach $\{a, b, c\}$ an. Ist Ihre Funktion auch surjektiv und/oder bijektiv?
- (c) Geben Sie eine surjektive Funktion von $\{a, b, c\}$ nach $\{1, 2\}$ an. Ist Ihre Funktion auch injektiv und/oder bijektiv?

Aufgabe 3: (25 Punkte)

Beweisen Sie Satz 2.31(b), d.h.:

Sei B eine Menge, sei A eine endliche Menge und sei $k := |A|$. Zeigen Sie, dass es eine bijektive Funktion von $\text{Abb}(A, B)$ nach B^k gibt.

Aufgabe 4: (25 Punkte)

In den folgenden Teilaufgaben sollen einige Aspekte einer Variante des Spiels Monopoly mit Wertebereichen modelliert werden. Setzen Sie dabei nur die Menge \mathbb{N} als vordefiniert voraus.

- (a) Auf dem Spielbrett gibt es 40 Felder, wobei 22 von diesen Feldern Straßen und 18 Felder Plätze sind. Die Straßen und Plätze sind von 1 bis 22 bzw. von 1 bis 18 durchnummeriert. Definieren Sie drei Mengen STRASSEN, PLÄTZE und FELDER, deren Elemente Straßen, Plätze bzw. Felder repräsentieren.
- (b) Auf ein Feld vom Typ 'Straße' können beliebig viele Häuser und Hotels platziert werden, deren Anordnung aber keine Rolle spielt.
- (i) Definieren Sie eine Menge BEBAUUNGSZUSTÄNDE, von der jedes Element den Bebauungszustand einer einzelnen Straße (d.h. die Anzahl der Häuser und die Anzahl der Hotels) repräsentiert.
 - (ii) Welches Element von BEBAUUNGSZUSTÄNDE beschreibt, dass sich drei Häuser und vier Hotels auf der Straße befinden?
- (c) Der Zustand eines Spielers ist zu jedem Zeitpunkt bestimmt durch den Geldbetrag, der ihm zur Verfügung steht, der Menge der Straßen, die er besitzt, und dem Feld, auf dem er sich gerade befindet.
- (i) Definieren Sie eine Menge SPIELERZUSTÄNDE, von der jedes Element den Zustand eines Spielers repräsentiert.
 - (ii) Welches Element von SPIELERZUSTÄNDE beschreibt, dass dem Spieler 1000 Euro zur Verfügung stehen, dass er die Straßen 4, 6 und 7 besitzt, und dass er gerade auf der 17. Straße steht?
- (d) Ein Spieler, der eine Straße betritt, die bereits einem anderen Spieler gehört, muss Miete an den Besitzer der Straße entrichten. Die Höhe der Miete hängt von der Straße und deren Bebauungszustand ab.

Geben Sie Mengen A und B an, so dass der oben beschriebene Zusammenhang durch eine Funktion $miete: A \rightarrow B$ modelliert werden kann, d.h. $miete$ soll die Miete für die Straße in Abhängigkeit von der Straße selbst und deren Bebauungszustand angeben.