

# Diskrete Modellierung

Wintersemester 2007/2008

## Übungsblatt 1

*Abgabe: Mittwoch, 31. Oktober 2007 (bis spätestens 8:15 Uhr vor dem Magnus-Hörsaal)*

*Bitte achten Sie darauf, dass Sie auf der Abgabe Ihrer Lösung Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe angeben. Mehrseitige Abgaben müssen zusammengeheftet werden.*

### Aufgabe 1:

(25 Punkte)

Gegeben seien drei Stapel mit Büchern. Der Erste besteht aus vier Büchern, der Zweite aus sechs Büchern und der Dritte aus 14 Büchern. Die Stapel sollen nun ausgeglichen werden, so dass auf jedem Stapel acht Bücher liegen. Allerdings dürfen in jedem Schritt nur Bücher zwischen genau zwei Stapeln umgeschichtet werden. Zudem können auf jeden Stapel immer nur so viele Bücher gelegt werden, wie bereits darauf liegen.

- (a) Lassen sich die Stapel wie gewünscht ausgleichen? Modellieren Sie zur Beantwortung dieser Frage das Problem analog zum Beispiel 1.1 aus der Vorlesung.
- (b) Nehmen wir nun an, dass der ersten Stapel aus vier Büchern, der Zweite aus sechs Büchern und der Dritte aus acht Büchern besteht. Lassen sich die Stapel so ausgleichen, dass auf jedem Stapel sechs Bücher liegen?

*Hinweis:* Es brauchen nur diejenigen Zustände betrachtet zu werden, die man vom Startzustand aus durch geeignete Zustandsübergänge erreichen kann.

### Aufgabe 2:

(25 Punkte)

Es sei  $M := \{2, 5, 8\}$  und  $N := \{3, 5, 7, 11\}$ . Schreiben Sie die folgenden Mengen in extensivierender Form auf und geben Sie ihre Kardinalität an.

- (a)  $M \cup N$
- (b)  $M \setminus N$
- (c)  $\mathcal{P}(M)$
- (d)  $\mathcal{P}(\{\emptyset\})$
- (e)  $M \times \{a, b\}$
- (f)  $\{M\} \times \{a, b\}$
- (g)  $\{P : P \subseteq N \text{ und } |P| = 2\}$
- (h)  $N^2 \setminus \{(x, x) : x \in N\}$

**Aufgabe 3:**

(25 Punkte)

(a) Welche der Gleichungen stimmt, welche stimmt nicht?

(i)  $(M \cap N) \setminus P = (M \setminus P) \cap (N \setminus P)$

(ii)  $(M \cap N) \setminus P = (M \setminus P) \cup (N \setminus P)$

(b) Begründen Sie Ihre Antwort aus (a) durch Betrachtung von Venn-Diagrammen.

(c) Beweisen Sie Ihre Antworten aus Teil (a).

**Aufgabe 4:**

(25 Punkte)

Seien  $A, B, C, D, E$  Teilmengen von  $\mathbb{N}$ , die wie folgt definiert sind:

$$A = \{3n : n \in \mathbb{N}\} \quad B = \{5n : n \in \mathbb{N}\} \quad C = \{15n : n \in \mathbb{N}\}$$

$$D = \{6n : n \in \mathbb{N}\} \quad E = \{12n : n \in \mathbb{N}\}$$

(a) Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche sind falsch? (Sie brauchen Ihre Antworten nicht zu begründen.)

(i)  $E \subseteq D \subseteq A$       (ii)  $E \subseteq C$       (iii)  $A \cap B \subseteq C$       (iv)  $A \cup B \subseteq C$

(b) Berechnen Sie die folgenden Mengen:

(i)  $A \cup C$       (ii)  $A \cap E$       (iii)  $B \cap D$       (iv)  $C \setminus B$