OFFIZIELL ERLAUBTER SPICKZETTEL
(wird bei der Klausur ausgeteilt)

- **Pumping Lemma für reguläre Sprachen:** Sei L eine reguläre Sprache. Dann gibt es eine Pumpingkonstante $z \geq 1$, so dass jedes Wort $x \in L$ mit $|x| \geq z$ eine Zerlegung mit folgenden Eigenschaften besitzt:
  $$x = uvw,\ |uv| \leq z,\ |v| \geq 1 \text{ und } uv^iw \in L \text{ für jedes } i \geq 0.$$
- **Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen:** Sei L eine kontextfreie Sprache. Dann gibt es eine Pumpingkonstante $n \geq 1$, so dass jedes Wort $z \in L$ der Länge $|z| \geq n$ eine Zerlegung mit den folgenden Eigenschaften besitzt:
  $$z = uvwxy,\ |vwx| \leq n,\ |vx| \geq 1 \ \text{ und } \ uv^iwx^iy \in L \text{ für jedes } i \geq 0.$$
- **Ogden's Lemma:** Sei L eine kontextfreie Sprache. Dann gibt es eine Pumpingkonstante $n \geq 1$, so dass jedes Wort $z \in L$ und jede Markierung von mindestens n Positionen in z eine Zerlegung mit folgenden Eigenschaften besitzt:
  $z = uvwxy$, wobei vwx höchstens n und vx mindestens eine markierte Position enthält, und $uv^iwx^iy \in L$ für jedes $i \geq 0$.
- **Nerode-Relation $\equiv_L$ für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$:** Für alle Wörter $u, v \in \Sigma^*$ sei
  $$u \equiv_L v \quad \overset{Def}{\iff} \quad \text{für alle } w \in \Sigma^* \text{ ist } uw \in L \Leftrightarrow vw \in L.$$
- **Verschmelzungsrelation:** $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ sei ein DFA. Wir sagen, dass die Zustände $p, q \in Q$ *äquivalent* sind (kurz: $p \equiv_A q$) genau dann, wenn für alle $w \in \Sigma^*$ gilt:
  $$\delta(p, w) \in F \Leftrightarrow \delta(q, w) \in F.$$
- **Fooling Set Methode:** Sei Σ ein endliches Alphabet, $L \subseteq \Sigma^*$, $k \geq 1$. Falls es Paare von Wörtern (u_i, v_i) für $i \in \{1, \ldots, k\}$ gibt, so dass
  1. für alle $i \in \{1, \ldots, k\}$ gilt: $u_iv_i \in L$, und
  2. für alle $i, j \in \{1, \ldots, k\}$ mit $i \neq j$ gilt: $u_iv_j \notin L$ oder $u_jv_i \notin L$,

  so muss jeder NFA, der L akzeptiert, mindestens k Zustände haben.
- **Konstruktion regulärer Ausdrücke aus endlichen Automaten:** $L^k_{p,q}$ ist die Menge aller Wörter w, die Zustand q von Zustand p aus mit Zwischenzuständen aus der Menge $\{1, \ldots, k\}$ erreichen ($Q = \{1, \ldots, n\}$). Nun ist
  $$L^k_{p,q} = L^{k-1}_{p,q} \cup L^{k-1}_{p,k} \left(L^{k-1}_{k,k}\right)^* L^{k-1}_{k,q}.$$
  $L^k_{p,q}$ wird durch folgenden regulären Ausdruck beschrieben:
  $$R^k_{p,q} = R^{k-1}_{p,q} \ \mid \ R^{k-1}_{p,k} \cdot \left(R^{k-1}_{k,k}\right)^* \cdot R^{k-1}_{k,q}.$$
- **Tripelkonstruktion:** Sei $A = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta)$ der gegebene PDA. Dann existiert eine kontextfreie Grammatik $G = (\Sigma, V, S, P)$ mit $L(G) = L(A)$ und folgenden Produktionen:
  - $S \to [q_0, Z_0, p]$ für jedes $p \in Q$.
  - $[p, X, p_{r+1}] \to a[p_1, X_1, p_2][p_2, X_2, p_3] \cdots [p_r, X_r, p_{r+1}]$ für jeden Befehl $(p_1, X_1 \cdots X_r) \in \delta(p, a, X)$ (mit $p_1 \in Q$, $a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$, $X_1, \ldots, X_r \in \Gamma$ für $r \geq 0$) und für alle Zustände $p_2, \ldots, p_{r+1} \in Q$.
- **Satz von Rice:** Sei Σ ein endliches Alphabet und sei B die Menge aller berechenbaren partiellen Funktionen von Σ^* nach Σ^*. Sei $F \subseteq B$ mit $\emptyset \neq F \neq B$.
  Dann gibt es keinen Algorithmus, der bei Eingabe eines Programms P entscheidet, ob die von P berechnete partielle Funktion zur Menge F gehört.
- **Reduktionen:** Seien Σ_1 und Σ_2 endliche Alphabete.
  Eine Sprache $L_1 \subseteq \Sigma_1^*$ ist auf eine Sprache $L_2 \subseteq \Sigma_2^*$ reduzierbar, wenn es eine berechenbare totale Funktion $f : \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$ gibt, so dass für alle $w \in \Sigma_1^*$ gilt:
  $$w \in L_1 \iff f(w) \in L_2.$$