

Theoretische Informatik 2

Sommersemester 2012

Übungsblatt 9

Abgabe: bis 28. Juni 2012 8:14

Aufgabe 1:

(8 + (8 + 12) = 28 Punkte)

- (a) Wandeln Sie die Grammatik $G := (\{a, b\}, \{S, X, A\}, S, P)$ mit der folgenden Produktionsmenge P mit dem Verfahren aus der Vorlesung in einen PDA um:

$$\begin{aligned}S &\rightarrow aSA \mid aXA \\X &\rightarrow bXA \mid a \\A &\rightarrow a\end{aligned}$$

- (b) Sei $A := (\{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma := \{a, b\}, \Gamma := \{A, Z_0\}, q_0, Z_0, \delta)$ ein PDA, der Eingaben bei leerem Keller akzeptiert, mit der folgenden Überföhrungsfunktion δ :

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a, X) &:= \{(q_0, AX), (q_1, AX)\}, \text{ f.a. } X \in \Gamma \\ \delta(q_1, b, A) &:= \{(q_2, \epsilon)\} \\ \delta(q_2, b, X) &:= \{(q_1, X)\}, \text{ f.a. } X \in \Gamma \\ \delta(q_2, \epsilon, Z_0) &:= \{(q_2, \epsilon)\}\end{aligned}$$

- (i) Beschreiben Sie die Sprache, die von A erkannt wird.
(ii) Wandeln Sie A mit der Tripelkonstruktion in eine kontextfreie Grammatik um.

Aufgabe 2:

(12 + (7 + 8) = 27 Punkte)

- (a) Geben Sie einen deterministischen PDA an, der die folgende Sprache erkennt:

$$L := \{a^n b^m \$ a^n : n, m \in \mathbb{N}_{\geq 1}\} \cup \{a^n b^m \# b^m : n, m \in \mathbb{N}_{\geq 1}\}.$$

- (b) Ein (deterministischer) *Echtzeit*-PDA ist ein (deterministischer) PDA, dessen Übergangsfunktion δ keine ϵ -Übergänge benutzt, d.h. $\delta(q, \epsilon, x) = \emptyset$, für alle Zustände q und Kellersymbole x des PDAs.

- (i) Begründen Sie informell aber ausführlich, weshalb die Sprache L aus Aufgabenteil (a) von keinem deterministischen Echtzeit-PDA erkannt werden kann.
(ii) Zeigen Sie: Eine Sprache wird genau dann von einem nichtdeterministischen PDA erkannt, wenn sie von einem nichtdeterministischen Echtzeit-PDA erkannt wird.

Aufgabe 3:**(17 Punkte)**

Zeigen Sie, dass die Klasse der kontextfreien Sprachen unter Bildung von *inversen Homomorphismen* abgeschlossen ist. (D.h.: Für jede kontextfreie Sprache L und jeden Homomorphismus h gilt, dass $h^{-1}(L)$ kontextfrei ist.)

Aufgabe 4:**(7 + 7 + 7 + 7 = 28 Punkte)**

Zeigen Sie, dass die Klasse der deterministisch kontextfreien Sprachen nicht unter unten stehenden Operationen abgeschlossen ist. (D.h.: Zeigen Sie jeweils, dass es deterministisch kontextfreie Sprachen L_1 und L_2 gibt, so dass L nicht deterministisch kontextfrei ist.)

- (a) Vereinigung $L := L_1 \cup L_2$
- (b) Homomorphismus $L := h(L_1)$, wobei h ein Homomorphismus ist
- (c) Umkehrung $L := L_1^R$
- (d) Konkatenation $L := L_1 \circ L_2$