

Theoretische Informatik 2

Sommersemester 2012

Übungsblatt 8

Abgabe: bis 21. Juni 2012 8:14

Aufgabe 1:

(8 + 12 + 12 = 32 Punkte)

- (a) Geben Sie einen PDA an, der die Dyck-Sprache $D_1 \subseteq \{(,)\}^*$ aller wohlgeformten Klammerausdrücke mit einem Klammertyp erkennt. (Zur Erinnerung: $D_1 = L(G)$ für die kontextfreie Grammatik G mit den Produktionen $S \rightarrow (S) \mid SS \mid \epsilon$).
- (b) Geben Sie einen PDA für die folgende Sprache an:

$$L := \{uxu'vyv' : u, u' \in \Sigma^n, v, v' \in \Sigma^m, n, m \in \mathbb{N}, x, y \in \Sigma, x \neq y\}.$$

- (c) Beweisen Sie, dass das Komplement $\overline{L_{ww}}$ der folgenden Sprache kontextfrei ist:

$$L_{ww} := \{ww : w \in \{a, b\}^*\}.$$

Zeigen Sie hierfür zunächst, dass für die Sprache L aus (b) gilt:

$$\overline{L_{ww}} = L \cup \{w \in \{a, b\}^* : |w| \text{ ist ungerade}\}.$$

Aufgabe 2:

(9 + 9 + 9 + 9 = 36 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie für jede der folgenden Sprachen, dass die jeweilige Sprache kontextfrei ist:

- (a) $L_1 := \{w \in \{a, b\}^* : w = w^R\}$,
- (b) Das Komplement von L_1 .
- (c) $L_2 := \{b^p : p \text{ ist eine Primzahl}\}$,
- (d) L_{ww} aus Aufgabe 1 (c).

Aufgabe 3:

(12 + (10 + 10) = 32 Punkte)

- (a) Entwickeln Sie einen Algorithmus, der bei Eingabe eines PDA A und eines NFA B einen PDA konstruiert, der genau die Worte in $L(A) \cap L(B)$ akzeptiert. (Mit der Äquivalenz von PDA und KFG folgt daraus, dass der Durchschnitt einer kontextfreien mit einer regulären Sprache wieder kontextfrei ist.)

(b) Wir betrachten die Sprache

$$L := \{b\}^* \cup \{aa\}\{a\}^*\{b\}^* \cup \{ab^p : p \text{ ist eine Primzahl}\}.$$

- (i) Zeigen Sie, dass L die Aussage von Ogden's Lemma erfüllt: Es gibt eine Pumpingkonstante $n \in \mathbb{N}_{\geq 1}$, so dass jedes $z \in L$ mit mindestens n markierten Positionen eine Zerlegung $vwxy$ besitzt, so dass höchstens n Positionen aus vw markiert sind, mindestens eine Position aus vx markiert ist, und $uv^iwx^iy \in L$, für alle $i \in \mathbb{N}$.
- (ii) Zeigen oder widerlegen Sie mit Hilfe der Ihnen bekannten Abschlusseigenschaften, dass L kontextfrei ist.

Aufgabe 4:

(keine Punkte)

Diese Aufgabe wird auf das nächste Aufgabenblatt verschoben. Die Punkte für diese Aufgabe wurden auf die anderen Aufgaben verteilt.

- (a) Wandeln Sie die Grammatik $G := (\{a, b\}, \{S, X, A\}, S, P)$ mit der folgenden Produktionsmenge P mit dem Verfahren aus der Vorlesung in einen PDA um:

$$S \rightarrow aSA \mid aXA$$

$$X \rightarrow bXA \mid a$$

$$A \rightarrow a$$

- (b) Sei $A := (\{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma := \{a, b\}, \Gamma := \{A, Z_0\}, q_0, Z_0, \delta)$ ein PDA, der Eingaben bei leerem Stack akzeptiert, mit der folgenden Überföhrungsfunktion δ :

$$\delta(q_0, a, X) := \{(q_0, AX), (q_1, AX)\}, \text{ f.a. } X \in \Gamma$$

$$\delta(q_1, b, A) := \{(q_2, \epsilon)\}$$

$$\delta(q_2, b, X) := \{(q_1, X)\}, \text{ f.a. } X \in \Gamma$$

$$\delta(q_2, \epsilon, Z_0) := \{(q_2, \epsilon)\}$$

- (i) Beschreiben Sie die Sprache, die von A erkannt wird.
- (ii) Wandeln Sie A mit der Tripelkonstruktion in eine kontextfreie Grammatik um.