Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Informatik
Theorie komplexer Systeme
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

19. April 2012

Theoretische Informatik 2

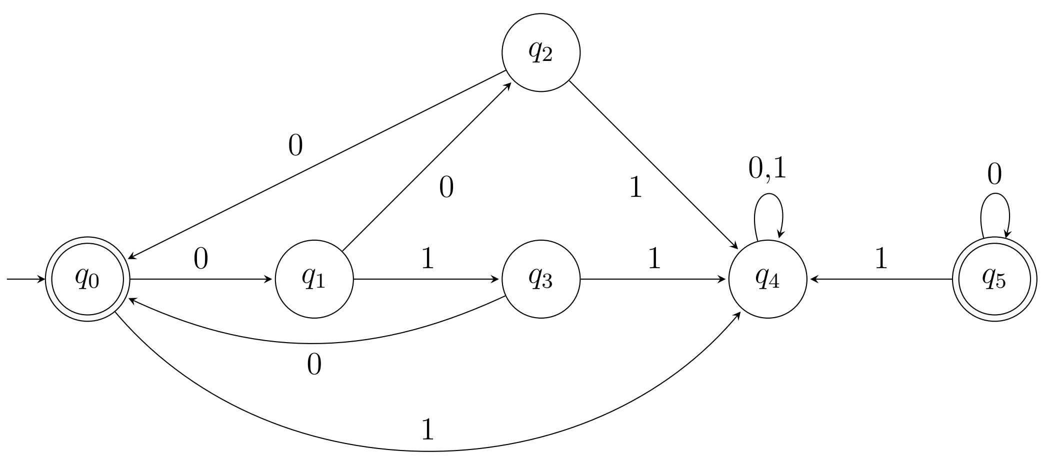
Sommersemester 2012

Übungsblatt 2

Abgabe: *bis 26. April 2012 8:14*

Aufgabe 1: (34 Punkte)

Sei $A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_0, q_5\})$ ein DFA, wobei δ durch folgende Grafik gegeben ist:



Berechnen Sie den Äquivalenzklassenautomaten A'. Dokumentieren Sie dabei nachvollziehbar die Zwischenschritte (wie in der Vorlesung beschrieben).

Aufgabe 2: (keine Punkte)

Diese Aufgabe wird auf Übungsblatt 3 verschoben. Sie müssen diese Aufgabe nicht bis zum 26. April bearbeiten, sondern erst bis zum 3. Mai. Die Punktezahlen der anderen drei Aufgaben wurden entsprechend erhöht.

Berechnen Sie die Äquivalenzklassen der Nerode-Relation der folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$:

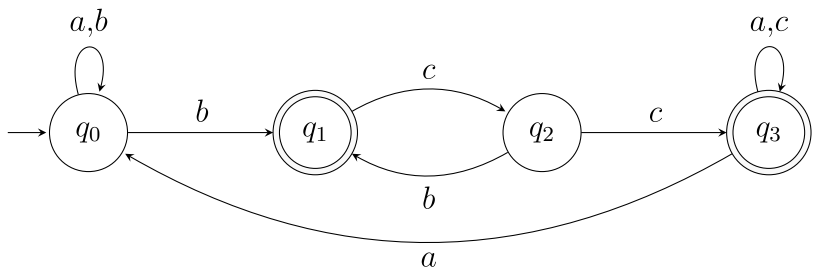
(a) $L_1 := \{a, b, c\}^* \circ \{b\} \circ \{a, b\}^3$,

(b) $L_2 := \{y \in \{a, b, c\}^* : |y|_a \neq |y|_b\}$,

wobei $|y|_\sigma$ für $\sigma \in \Sigma$ und $y \in \Sigma^*$ die Anzahl der Vorkommen des Buchstaben σ im Wort y bezeichnet.

Aufgabe 3: (26 Punkte)

Sei der NFA N über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ durch folgende Grafik gegeben:



Wandeln Sie den NFA N mittels Potenzmengenkonstruktion in einen äquivalenten DFA D um und dokumentieren Sie dabei nachvollziehbar die Zwischenschritte.

Aufgabe 4: (20 + 20 = 40 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die Klasse der regulären Sprachen unter *Schnittbildung abgeschlossen* ist, d.h. dass gilt: Wenn L_1 und L_2 regulär sind, so ist auch $L_1 \cap L_2$ regulär.

Konstruieren Sie aus DFAs A_1 und A_2, die L_1 bzw. L_2 erkennen, *direkt*, d.h. ohne als Zwischenschritt einen NFA zu konstruieren, einen DFA, der $L_1 \cap L_2$ erkennt.

Hinweis: Ihr neuer DFA sollte A_1 und A_2 „parallel simulieren“ und eine Eingabe akzeptieren, wenn A_1 und A_2 beide einen akzeptierenden Zustand erreicht haben.

(b) Das *Shuffle-Produkt* zweier Wörter $u, v \in \Sigma^*$ ist die Wortmenge

$$u \shuffle v := \{u_1 v_1 u_2 v_2 \cdots u_n v_n : n \in \mathbb{N} \text{ und } u_1, \ldots, u_n, v_1, \ldots, v_n \in \Sigma^* \\ \text{ und } u = u_1 \cdots u_n, v = v_1 \cdots v_n\}.$$

Zum Beispiel ist $ab \shuffle baa = \{abbaa, ababa, abaab, babaa, baaba, baaab\}$. Das Wort $baaab \in ab \shuffle baa$ ergibt sich hierbei unter anderem auf folgende beiden Weisen:

1. $u_1 = \epsilon, u_2 = ab, v_1 = baa, v_2 = \epsilon$ und somit $u_1 v_1 u_2 v_2 = \epsilon \cdot baa \cdot ab \cdot \epsilon = baaab$,
2. $u_1 = \epsilon, u_2 = a, u_3 = b, v_1 = b, v_2 = aa, v_3 = \epsilon$ und somit $u_1 v_1 u_2 v_2 u_3 v_3 = \epsilon \cdot b \cdot a \cdot aa \cdot b \cdot \epsilon = baaab$.

Das Shuffle-Produkt zweier Sprachen L_1, L_2 sei nun wie folgt definiert:

$$L_1 \shuffle L_2 := \bigcup_{u \in L_1, v \in L_2} u \shuffle v.$$

Zeigen Sie: Wenn L_1 und L_2 regulär sind, dann ist auch $L_1 \shuffle L_2$ regulär.