Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Informatik
Theorie komplexer Systeme
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

11. April 2012

Theoretische Informatik 2

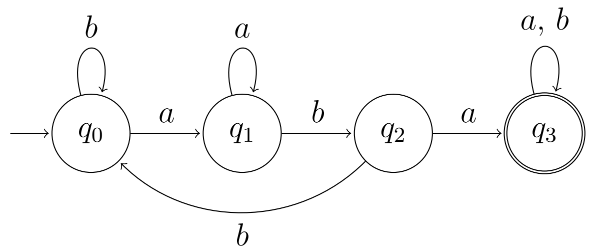
Sommersemester 2012

Präsenzaufgaben

zur Bearbeitung am ersten Übungstermin

Aufgabe 1:

(a) Sei A der folgende endliche Automat über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$



(i) Geben Sie die Menge der Zustände, den Startzustand, die Menge der akzeptierenden Zustände und die Übergangsfunktion von A an.

(ii) Welche der folgenden Wörter werden von A akzeptiert, welche nicht?

- $bbaabba$
- $abbaaababbba$
- $aabbaab$

Begründen Sie Ihre Antworten.

(iii) Geben Sie ein möglichst kurzes Wort an, das von A akzeptiert wird.

(iv) Beschreiben Sie umgangssprachlich, welche Sprache $L(A)$ von A akzeptiert wird.

(b) Geben Sie die graphische Darstellung eines nicht-deterministischen endlichen Automaten an, der genau diejenigen Wörter der Länge ≥ 3 über dem Alphabet $\{a, b\}$ akzeptiert, deren drittletzter Buchstabe ein a ist.

Aufgabe 2:

Geben Sie für die folgenden Sprachen je einen möglichst kurzen regulären Ausdruck an, der die Sprache beschreibt.

(a) $L_1 := \{w \in \{a, b\}^* : |w| \neq 2\}$

(b) $L_2 := \{w = w_0 w_1 w_2 \ldots \in \{a, b\}^* : \text{Falls } w_i = b \text{ so } w_{i+1} = a \text{ und/oder } w_{i+2} = a\ , i \in \mathbb{N}\}$

(c) $L_3 := \{w \in \{a, b\}^* : \text{der erste und der letzte Buchstabe von } w \text{ sind ungleich}\}$

Aufgabe 3:

(a) Zeigen Sie, dass die regulären Sprachen unter *Vereinigungen abgeschlossen* sind, d.h. zeigen Sie, dass gilt: Wenn L_1, L_2 reguläre Sprachen sind, so ist auch $L_1 \cup L_2$ eine reguläre Sprache.

(b) Zeigen Sie, dass die regulären Sprachen unter *Konkatenation abgeschlossen* sind, d.h. zeigen Sie, dass gilt: Wenn L_1, L_2 reguläre Sprachen sind, so ist auch $L_1 \cdot L_2$ eine reguläre Sprache. Hierbei ist $L_1 \cdot L_2 := \{w_1 w_2 \,:\, w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$.

Geben Sie für die Sprachen $L_1 \cup L_2$ bzw. $L_1 \cdot L_2$ jeweils einen *nicht-deterministischen* endlichen Automaten an.

Aufgabe 4:

Jede natürliche Zahl n lässt sich als *Dualzahl*, d.h., in der Form $[n]_2 = z_l z_{l-1} \cdots z_0$ darstellen, so dass $z_i \in \{0, 1\}$ für $0 \leq i \leq l$ mit $l \in \mathbb{N}$ ist und $n = \sum_{i=0}^{l} z_i \cdot 2^i$ gilt. Die Zahl $[n]_2$ wird als die *Dualdarstellung* der Zahl n bezeichnet. Dualzahlen können auf herkömmliche Weise schriftlich addiert werden, wobei der Übertrag bei der Zwei erfolgt.

Gegeben sei das folgende Eingabealphabet

$$\Sigma := \left\{ \begin{array}{|c|}\hline 0\\0\\\hline 0\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 0\\0\\\hline 1\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 0\\1\\\hline 0\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 0\\1\\\hline 1\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 1\\0\\\hline 0\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 1\\0\\\hline 1\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 1\\1\\\hline 0\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline 1\\1\\\hline 1\\\hline\end{array} \right\}.$$

Geben Sie einen DFA A an, der ein Wort w aus Σ^* genau dann akzeptiert, wenn w eine korrekte Addition zweier Dualzahlen $[n]_2$ und $[m]_2$ mit $n, m \in \mathbb{N}$ darstellt. So ist beispielsweise $w \in L(A)$ für

$$w = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 1\\\hline 1 & 1 & 0 & 0\\\hline\end{array} \quad \text{, weil} \quad \begin{array}{rrcr} & 0101 & = & [5]_2\\ + & 0111 & = & [7]_2\\\hline & 1100 & = & [12]_2\end{array} \quad .$$

Hinweis: Beachten Sie, dass ein endlicher Automat jedes Eingabewort von links nach rechts liest. Begründen Sie kurz, warum der von Ihnen angegebene DFA die verlangte Sprache akzeptiert.