

Datenstrukturen

Sommersemester 2012

Übungsblatt 6

Bitte beachten Sie die veränderte Abgabefrist.

Abgabe: bis **Donnerstag**, den 5. Juli 2012, 12.00 Uhr

(Robert-Meyer-Str. 11-15 Raum 113 oder im Briefkasten rechts davon)

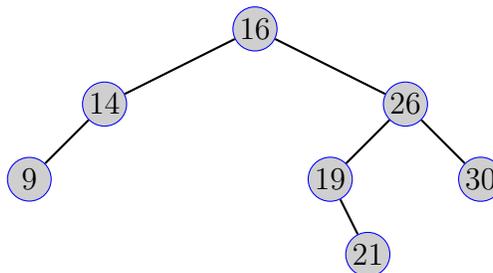
Achten Sie auch darauf, dass Sie auf der Abgabe Ihrer Lösung Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Übungsgruppe** angeben. Fehlt eine dieser Angaben, müssen Sie mit **Punktabzug** rechnen. Mehrseitige Abgaben müssen zusammengeheftet werden.

Eine Teilaufgabe gilt nur dann als bearbeitet, wenn neben der Lösung auch die notwendigen Begründungen angegeben sind – es sei denn, die Teilaufgabe ist mit einem * markiert.

Aufgabe 1:

(12 Punkte)

Es sei $U = \{1, 2, 3, \dots\}$ das Universum aller möglichen Schlüssel und T_1 der folgende AVL-Baum:



- (a*) Geben Sie für jeden Knoten v in T_1 den Balance-Grad von v an.
- (b*) Fügen Sie nun in T_1 einen Knoten mit dem Schlüssel 5 ein. Stellen Sie alle erforderlichen AVL-Baum-Rotationen dar.
- (c*) Sei T_2 der aus Teilaufgabe (b) entstandene AVL-Baum. Fügen Sie nun in T_2 einen Knoten mit dem Schlüssel 25 ein und zeigen Sie wiederum alle nötigen AVL-Baum-Rotationen.
- (d*) Sei T_3 der aus Teilaufgabe (c) entstandene AVL-Baum. Geben Sie alle Schlüssel aus U an, deren Einfügung in T_3 zu einem
 - (i) Zick-Zick- oder Zack-Zack-Fall führt.
 - (ii) Zick-Zack- oder Zack-Zick-Fall führt.
- (e*) Fügen Sie einen Knoten mit einem Schlüssel aus Teilaufgabe (d)(ii) in T_3 ein und stellen Sie alle nötigen AVL-Baum-Rotationen dar.
- (f) Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch?
 - (i) In jedem AVL-Baum ist die Summe der Balance-Grade aller Knoten gleich Null.
 - (ii) Für jedes $s \in \mathbb{N}$ existiert ein AVL-Baum, in welchem die Summe der Balance-Grade aller Knoten mindestens s ist.

Aufgabe 2:**(7 Punkte)**

Es sei ein AVL-Baum T mit n darin gespeicherten Schlüsseln gegeben. Beschreiben Sie einen Algorithmus `Intervall(s_1, s_2)`, der zwei Schlüssel s_1 und s_2 mit $s_1 \leq s_2$ entgegennimmt und alle Schlüssel s in T ausgibt, für die gilt $s_1 \leq s \leq s_2$. Dabei soll die Ausgabe der entsprechenden Schlüssel aufsteigend sortiert erfolgen und der Algorithmus eine Laufzeit von $\mathcal{O}(\log n + k)$ haben, wobei k die Anzahl der auszugebenden Schlüssel ist.

Die Beschreibung des Algorithmus kann als C++-Code, Pseudocode oder auch in Textform mit Darstellung der wesentlichen Schritte erfolgen. Geben Sie in jedem Falle eine Begründung der Korrektheit und eine Laufzeitanalyse an.

Aufgabe 3:**(9 Punkte)**

Es seien die folgenden beiden Hashfunktionen gegeben:

$$f(x) = x \bmod 11 \quad \text{und} \quad g(x) = 5 - (x \bmod 5)$$

Fügen Sie die Zahlen 16, 47, 60, 45, 38, 11, 23, 36, 66 *in dieser Reihenfolge* in eine anfangs leere Hashtabelle der Größe 11 ein. Benutzen Sie dazu das Hashing-Verfahren

(a*) Hashing mit Verkettung

(b*) lineares Austesten mit $h_i(x) = (f(x) + i) \bmod 11$, wobei $i = 0, 1, \dots$

(c*) doppeltes Hashing mit $h_i(x) = (f(x) + i \cdot g(x)) \bmod 11$, wobei $i = 0, 1, \dots$

Stellen Sie jeweils die Hashtabelle am Ende aller Einfügungen dar.

*Für diese Teilaufgabe ist keine Begründung erforderlich.