Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Informatik
Theorie komplexer Systeme
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

Dienstag, 21.06.2011

Komplexitätstheorie

Sommersemester 2011

Übungsblatt 9

Zu bearbeiten bis Donnerstag, 30.06.2011

Aufgabe 1: **(25 Punkte)**

Führen Sie die Details zur Konstruktion der Schaltkreisfamilie $(C'_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit der Eigenschaft $\circledast$ im Beweis von Theorem 6.16 aus der Vorlesung aus.

Aufgabe 2: **(25 Punkte)**

(a) Gesucht: Ein unbeschränkter Schaltkreis C_n mit $2n^2$ Eingabegattern $A_{i,j}$, $B_{i,j}$ für $i,j \in \{1,\dots,n\}$ und n^2 Gattern namens $D_{i,j}$ für $i,j \in \{1,\dots,n\}$, der das Boolesche Matrixprodukt $D = A \cdot B$ berechnet, d.h. es soll für alle Eingaben $x \in \{0,1\}^n$ und alle $i,j \in \{1,\dots,n\}$ genau dann $D_{i,j} = 1$ gelten, wenn es ein $k \in \{1,\dots,n\}$ gibt, so dass $A_{i,k} = 1$ und $B_{k,j} = 1$.

(b) Gesucht: Eine unbeschränkte Schaltkreisfamilie $\left(C'_{n^2}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ der Größe poly(n) und Tiefe $\mathcal{O}(\log n)$, so dass C'_{n^2} bei Eingabe der Adjazenzmatrix A eines Graphen auf n Knoten das Boolesche Matrixprodukt $\underbrace{A' \cdot \cdots \cdot A'}_{n\text{–mal}}$ der Matrix A' berechnet, die aus A ensteht, indem alle Diagonalwerte $A_{i,i}$ (für $i \in \{1,\dots,n\}$) auf 1 gesetzt werden.

(c) Zeigen Sie: **PATH** $\in$ logspace–uniformes AC^1.

Aufgabe 3: **(25 Punkte)**

Zeigen Sie: Für jedes $i \geqslant 1$ ist AC^i abgeschlossen unter logspace–Reduktionen.

Aufgabe 4: **(25 Punkte)**

Zeigen Sie:

(a) NC^0 enthält <u>keine</u> unendliche unäre Sprache.

(b) NC^0 enthält eine unentscheidbare Sprache.

(c) **PARITY** $\notin \mathrm{NC}^0$.