

Komplexitätstheorie

Sommersemester 2011

Übungsblatt 2

Zu bearbeiten bis Donnerstag, 05.05.2011

Aufgabe 1:

(25 Punkte)

Geben Sie eine nichtdeterministische Turingmaschine M an, die die Sprache

$$L := \{\langle u, v \rangle : u, v \in \{0, 1\}^*, u \neq v\}$$

in n Schritten entscheidet.

Aufgabe 2:

(25 Punkte)

Sei $T : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ zeitkonstruierbar und sei $L \subseteq \{0, 1\}^*$. Zeigen Sie: Ist M eine nichtdeterministische Turingmaschine, die L in $T(n)$ Schritten entscheidet, so gibt es eine nichtdeterministische 3-Band Turingmaschine \widetilde{M} , die L in $\mathcal{O}(T(n))$ Schritten entscheidet.

Aufgabe 3:

(25 Punkte)

Beweisen Sie:

- (a) **3COL** ist NP-vollständig.
- (b) **2COL** \in P.

Hinweise zur Lösung der Aufgabe finden Sie beispielsweise in Kapitel 6 des Skriptes zur Vorlesung *Algorithmentheorie* von Prof. Dr. Georg Schnitger.

Definition (k -Färbbarkeit, k COL):

Eine k -Färbung eines endlichen ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist eine Funktion $f : V \rightarrow [k]$, so dass $f(u) \neq f(v)$ für alle $\{u, v\} \in E$. Wenn eine k -Färbung von G existiert, so heißt G auch k -färbbar. Für alle $k \in \mathbb{N}_{>0}$ sei

$$k\text{COL} := \{G : G \text{ ist ein } k\text{-färbbarer Graph}\}.$$

Aufgabe 4:

(25 Punkte)

Beweisen Sie den Satz über Lineare Beschleunigung: Sei $T : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $T(n) = \omega(n)$ und sei $\epsilon > 0$. Sei M eine deterministische k -Band Turingmaschine, die eine Funktion $f : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}$ in $T(n)$ Schritten berechnet. Dann gibt es auch eine deterministische $(k+1)$ -Band Turingmaschine, die f in nur $\epsilon \cdot T(n)$ Schritten berechnet.