

# Titel der Seminausarbeitung

von

Name des Vortragenden/Autors

## Zusammenfassung

Hier besteht die Möglichkeit, eine kurze Zusammenfassung der Ausarbeitung zu geben.

## 1 Einleitung

Dieses Template soll eine Hilfestellung für die Seminausarbeitung in  $\text{\LaTeX}$  sein. Um eine Ausarbeitung basierend auf diesem Template zu erstellen, kann die Datei `Vorlage.tex` mit einem beliebigen Texteditor bearbeitet werden.

Ist eine lauffähige  $\text{\LaTeX}$ -Umgebung installiert, erzeugt ein Aufruf von `latex Vorlage.tex` aus der Datei `Vorlage.tex` die Datei `Vorlage.dvi`. Dafür ist es wichtig, dass sich die Datei `SeminarAusarbeitung.cls` im gleichen Verzeichnis befindet wie die `.tex`-Datei. Aus der `.dvi`-Datei können dann Programme wie `dvips` oder `dvipdf` eine Postscript- oder PDF-Datei erzeugen.

Als empfehlenswerte Alternative erzeugt das Programm `pdflatex` durch den Aufruf von `pdflatex Vorlage.tex` ohne Umweg die Datei `Vorlage.pdf`. Auch hierbei ist es nötig, dass die Datei `SeminarAusarbeitung.cls` im gleichen Verzeichnis wie die `.tex`-Datei liegt.

Eine Einführung zu  $\text{\LaTeX}$  mit Links zu benötigten Programmen (wie `latex` und `pdflatex`), Tutorials, weiterführender Literatur und Befehlsreferenzen finden Sie unter dem entsprechenden Wikipedia-Artikel [1]. Besonders für  $\text{\LaTeX}$ -Anfänger geeignet ist die Einführung der Deutschsprachigen Anwendervereinigung TeX e.V DANTE unter [2].

## 2 Zwei Resultate in $\text{\LaTeX}$ gesetzt

Dieser Teil ist in zwei Unterkapitel geteilt, die jeweils ein Beispiel zur Formulierung von mathematischen Aussagen enthalten.

### 2.1 Eine nicht-reguläre Sprache

Wir wiederholen ein Ergebnis aus Kapitel I.2 des Buchs von Howard Straubing [3] und verfassen dies als folgendes Lemma:

**Lemma 1.** *Die Sprache  $L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$  über dem Alphabet  $A = \{a, b\}$  ist nicht regulär.*

*Beweis.* Wir führen einen Beweis durch Widerspruch. Angenommen,  $L$  wäre regulär. Dann würde  $L$  durch einen deterministischen endlichen Automaten  $\mathcal{M} = (Q, i, F, \lambda)$  erkannt. Da  $\mathcal{M}$  nur endlich viele Zustände hat, existiert ein Zustand  $q \in Q$  mit  $q = ia^m = ia^n$  für geeignete  $0 < m < n$ . Das aber bedeutet

$$ia^n b^m = qb^m = ia^m b^m \in F,$$

wodurch auch  $a^n b^m \in L$  wäre, was einen Widerspruch zur Definition von  $L$  ergibt. Die Annahme,  $L$  wäre regulär, muss damit falsch sein.  $\square$

## 2.2 Existenz eines idempotenten Elementes

Als zweites Beispiel geben wir einen Ausschnitt aus Kapitel I.3 von [3] an.

**Definition 2.** Ein Element  $e$  einer Semigruppe heißt *idempotent*, wenn  $e^2 = e$  gilt.

Wir können nun folgenden Satz formulieren:

**Satz 3.** Ist  $S$  eine endliche Semigruppe und  $s \in S$ , dann existiert ein  $k > 0$ , so dass  $s^k$  idempotent ist.

*Beweis.* Da  $S$  endlich ist, enthält die Sequenz

$$s, s^2, s^3, s^4, s^5, \dots$$

nur endlich viele verschiedene Elemente. Deshalb müssen  $p, q > 0$  existieren mit  $s^p = s^{p+q}$ . Wir wählen ein  $r \geq 0$ , so dass  $p + r \equiv 0 \pmod{q}$ . Dann muss für ein  $m \geq 0$  gelten, dass

$$(s^{p+r})^2 = s^{p+mq+r} = s^{p+r},$$

womit  $s^{p+r}$  idempotent ist. □

## 3 Abschließende Bemerkungen

In diesem Template haben wir die Umgebungen LEMMA, BEWEIS, DEFINITION und SATZ benutzt, die jeweils in der Datei `SeminarAusarbeitung.cls` definiert sind. Dort sind noch weitere Umgebungen wie PROPOSITION und BEISPIEL definiert, die Sie ebenfalls benutzen können, genauso, wie Sie neue Umgebungen definieren können.

Für das Literatur-Verzeichnis haben wir die THEBIBLIOGRAPHY-Umgebung benutzt, die von L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X standardmäßig bereit gestellt wird. Eine andere Möglichkeit zur Erstellung von Literatur-Verzeichnissen bietet das BibTex-Paket, siehe auch dazu [1, 2].

Die Datei `SeminarAusarbeitung.cls` definiert außerdem das Aussehen des Kopfes der Ausarbeitung und einige hilfreiche Makros. Mit diesen und den in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X vordefinierten Makros kann eine Vielzahl von Symbolen erzeugt werden, beispielsweise:

$$\mathbb{N}, \mathbb{N}_{\geq 1}, \mathbb{Z}, \emptyset, \subset, \subseteq, \cup, \cap, \times, \mathcal{P}(A), A^*, A^+, \wedge, \vee, \neg, \leftrightarrow, \rightarrow, \exists, \forall, \models, \phi, \psi, \equiv, \bigwedge_{i=1}^n, \bigvee_{i=1}^n, \sum_{i=1}^n$$

Den Inhalt der Datei `SeminarAusarbeitung.cls` können Sie mit einem Texteditor betrachten und verändern.

## Literatur

- [1] <http://de.wikipedia.org/wiki/LaTeX>, Version vom 04.05.2010
- [2] <http://www.dante.de/tex/TeXAnfaenger.html>, Version vom 04.05.2010
- [3] Howard Straubing: *Finite Automata, Formal Logic, and Circuit Complexity*. Birkhäuser, 1994.