

Logik in der Informatik

Wintersemester 2026/2027

Übungsblatt 1

Abgabe: bis 26. Oktober 2026, 13.⁰⁰ Uhr

Bitte beachten Sie für die Abgabe Ihrer Lösung die Vorgaben auf unserer Webseite

<https://hu.berlin/Loginf>.

Für dieses Übungsblatt und **alle** folgenden gilt: Eine Aufgabe gilt nur dann als vollständig bearbeitet, wenn neben der Lösung auch die notwendigen Begründungen angegeben sind – es sei denn, in der Aufgabenstellung steht ausdrücklich, dass eine solche Begründung nicht erforderlich ist.

Aufgabe 1:

(Moodle-Quiz)

Absolvieren Sie das Quiz 1 auf der Moodle-Plattform.

Aufgabe 2:

(Präsenzaufgabe)

Gegeben sei die folgende aussagenlogische Formel $\psi := (\neg A_3 \wedge ((A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow (\neg A_1 \vee A_3)))$.

- (a) Beweisen Sie, dass ψ zur Menge AL gehört.
- (b) Geben Sie den Syntaxbaum der Formel ψ in seiner Kurzform an.
- (c) Berechnen Sie den Wert $\llbracket \psi \rrbracket^{\mathcal{I}}$ unter der Interpretation $\mathcal{I}: \text{AS} \rightarrow \{0, 1\}$ mit $\mathcal{I}(A_2) = 1$ und $\mathcal{I}(A_i) := 0$ für alle $i \in \mathbb{N} \setminus \{2\}$ in nachvollziehbaren Schritten.

Aufgabe 3: Rezept-Amnesie

(40 Punkte)

Leider konnte Miraculix dem von Obelix zu Vorführungszwecken geworfenen Hinkelstein nicht rechtzeitig ausweichen und hat dadurch einen Teil seines Gedächtnisses eingebüßt. Unglücklicherweise gehört zu den Dingen, an die er sich nicht mehr erinnern kann, auch das Rezept des Zaubertranks, der dem gallischen Dorf seinen Widerstand gegen die römische Besatzung ermöglicht. Nach angestrenzter Überlegung und einer Untersuchung des letzten Rests, den Asterix noch in seiner Feldflasche hatte, kann der Druide sich immerhin an die folgenden Regeln über die Verwendung von **E**rdbeeren, **H**inkelsteinsalz, **M**isteln und **R**ömerbarthaaren erinnern:

Regel 1: Das Rezept enthält mit Sicherheit **E**rdbeeren, **H**inkelsteinsalz oder **M**isteln.

Regel 2: **H**inkelsteinsalz und **M**isteln gehören auf keinen Fall zusammen in den Zaubertrank.

Regel 3: **M**isteln und **R**ömerbarthaare können nur zusammen Teil des Rezepts sein.

Regel 4: Gibt man **M**isteln hinzu, so muss man auch **E**rdbeeren und **H**inkelsteinsalz verwenden.

- (a) Übersetzen Sie die Regeln in aussagenlogische Formeln $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$, die den Inhalt der jeweiligen Regel widerspiegeln. Benutzen Sie die Aussagensymbole E, H, M, R , die besagen, dass das Rezept **Erdbeeren**, **Hinkelsteinsalz**, **Misteln** bzw. **Römerbarthaare** enthält.
- (b) Konstruieren Sie eine Formel φ , die nur die Aussagensymbole E, H, M und R benutzt und ausdrückt, dass alle vier Regeln eingehalten werden müssen.
- (c) Stellen Sie die Wahrheitstafel für die Formel φ auf.
Bitte beachten Sie, dass wir Ihre Lösung nur dann bewerten, wenn Sie die Aussagensymbole E, H, M und R in der Wahrheitstafel in alphabetischer Reihenfolge aufführen und die Vereinbarung hinsichtlich Wahrheitstafeln im Skript auf Seite 35 oben einhalten.
- (d) Die Erdbeerzeit ist gerade vorbei und die Ernte bereits restlos verzehrt. Können die Einwohner des gallischen Dorfes trotzdem auf frisch gebrauten Zaubertrank hoffen, d. h. gibt es eine erfüllende Interpretation $\mathcal{I}$ der Formel φ mit $\mathcal{I}(E) = 0$? Geben Sie eine solche Interpretation $\mathcal{I}$ an oder zeigen Sie, dass es keine solche Interpretation gibt.
- (e) Je mehr, desto besser: Das Rezept für den Zaubertrank ist nicht einfach; umso wahrscheinlicher ist es, bei Verwendung möglichst vieler Zutaten die richtige Mischung zu erwischen. Geben Sie ein Modell $\mathcal{I}_{\min}$ für φ an, bei dem die Anzahl der mit 0 interpretierten Aussagensymbole kleinstmöglich ist. Zeigen Sie, dass Ihre Lösung korrekt ist.

Aufgabe 4:

(20 Punkte)

- (a) Arbeiten Sie Kapitel 1 des Buchs „Learn Prolog Now!“ durch, dessen Online-Version Sie unter <http://www.learnprolognow.org> finden. Das heißt *nicht nur* lesen, sondern Sie sollten sich auch mit der Bedienung des Prolog-Systems vertraut machen. Unter

<https://hu.berlin/swi>

finden Sie eine Kurzanleitung dazu. Sie sollten auf jeden Fall dazu in der Lage sein, z. B. die Beispiele aus dem Buch in Prolog auszuprobieren.

- (b) Gegeben sei folgendes Prologprogramm.

```

1  verwandt(luke, lea).
2  gute_seite(han).
3  mag(lea, han).
4  mag(luke, X) :- verwandt(luke, X).
5  mag(luke, X) :- gute_seite(X).
6  verfolgt(han, lea).
7  verfolgt(darth_vader, X) :- mag(luke, X).
```

Wie reagiert Prolog auf die folgenden Anfragen:¹

- | | |
|---|--|
| (i) <code>?- gute_seite(luke).</code> | (iv) <code>?- mag(luke, Y).</code> |
| (ii) <code>?- verwandt(luke, _).</code> | (v) <code>?- verfolgt(X, lea).</code> |
| (iii) <code>?- mag(X, han).</code> | (vi) <code>?- verfolgt(darth_vader, Y).</code> |

- (c) Stellen Sie dem in (b) gegebenen Prologprogramm die Zeile

```
1  verwandt(luke, darth_vader).
```

voran. Wie reagiert Prolog nun auf die Anfrage `?- verfolgt(darth_vader, Y).?`¹
 Begründen Sie!

¹Gemeint ist die vollständige Ausgabe von Prolog.