

Logik in der Informatik

Wintersemester 2025/2026

Übungsblatt 1

Abgabe: bis 27. Oktober 2025, 13.00 Uhr

Bitte beachten Sie für die Abgabe Ihrer Lösung die Vorgaben auf unserer Webseite
<https://hu.berlin/Loginf>.

Für dieses Übungsblatt und alle folgenden gilt: Eine Aufgabe gilt nur dann als vollständig bearbeitet, wenn neben der Lösung auch die notwendigen Begründungen angegeben sind – es sei denn, in der Aufgabenstellung steht explizit, dass eine solche Begründung nicht erforderlich ist.

Aufgabe 1: (Moodle-Quiz)

Absolvieren Sie das Quiz 1 auf der Moodle-Plattform.

Aufgabe 2: (Präsenzaufgabe)

Gegeben sei die folgende aussagenlogische Formel $\psi := (\neg A_3 \wedge ((A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow (\neg A_1 \vee A_3)))$.

- (a) Beweisen Sie, dass ψ zur Menge **AL** gehört.
- (b) Geben Sie den Syntaxbaum der Formel ψ in seiner Kurzform an.
- (c) Berechnen Sie den Wert $[\![\psi]\!]^{\mathcal{I}}$ unter der Interpretation $\mathcal{I}: \text{AS} \rightarrow \{0, 1\}$ mit $\mathcal{I}(A_2) = 1$ und $\mathcal{I}(A_i) := 0$ für alle $i \in \mathbb{N} \setminus \{2\}$ in nachvollziehbaren Schritten.

Aufgabe 3: Rezept-Amnesie (40 Punkte)

Verzweifelt steht der Pionier vor dem Manufaktor, den er soeben auf der fremden Welt von **Massage-2(A-B)b** platziert hat. Der Manufaktor sollte eigentlich einen besseren Treibstoff für die Kohlegeneratoren herstellen, aber der Pionier weiß nicht mehr, welche der Erze **Caterium**, **Eisen**, **Kupfer** und **Uran** dafür benötigt werden. Eifrig schlägt er im Ficsit-Ratgeber nach. Diesem zufolge sind die folgenden Regeln einzuhalten:

Regel 1: Der Manufaktor verwendet **Kupfererz** oder **Caterumerz** oder wenigstens **Eisenerz**.

Regel 2: Falls **Eisenerz** verwendet wird, wird auch **Kupfer-** oder **Caterumerz** verwendet – auf keinen Fall darf man dann aber **Uranerz** benutzen.

Regel 3: **Kupfer-** und **Caterumerz** können nur dann zusammen genutzt werden, wenn auch **Uranerz** verwendet wird.

Regel 4: **Caterumerz** wird verwendet, wenn **Eisen-** oder **Kupfererz** verwendet wird, und umgekehrt.

- (a) Übersetzen Sie die obigen vier Regeln in aussagenlogische Formeln φ_1 , φ_2 , φ_3 und φ_4 , welche den Inhalt der jeweiligen Regel widerspiegeln. Benutzen Sie dafür die Aussagensymbole C , E , K , und U mit der Bedeutung, dass der Manufaktor Caterumerz, Eisenerz, Kupfererz oder Uranerz verwendet.
- (b) Konstruieren Sie eine Formel φ , die nur die Aussagensymbole C , E , K und U benutzt und ausdrückt, dass alle vier Regeln eingehalten werden müssen.
- (c) Stellen Sie die Wahrheitstafel für die Formel φ auf.
Bitte beachten Sie, dass wir Ihre Lösung nur dann bewerten, wenn Sie die Aussagensymbole C, E, K und U in der Wahrheitstafel in alphabetischer Reihenfolge aufführen und die Vereinbarung hinsichtlich Wahrheitstafeln im Skript auf Seite 35 oben einhalten.
- (d) Ein Warnhinweis im Ficsit-Ratgeber macht auf die Gefahren beim Umgang mit Uranerz aufmerksam. Aber muss sich der Pionier darum überhaupt sorgen? Das heißt, gibt es eine erfüllende Interpretation \mathcal{I} der Formel φ mit $\mathcal{I}(U) = 1$? Geben Sie eine solche Interpretation \mathcal{I} an oder zeigen Sie, dass keine solche Interpretation existiert.
- (e) Um seine Effektivitätsquote zu halten, will der Pionier möglichst wenig Erze zum Manufaktor bringen müssen. Geben Sie ein Modell \mathcal{I}_{\min} für φ an, bei dem die Anzahl der mit wahr interpretierten Aussagensymbole minimal ist. Zeigen Sie, dass Ihre Lösung korrekt ist.

Aufgabe 4:

(20 Punkte)

- (a) Arbeiten Sie Kapitel 1 des Buchs „Learn Prolog Now!“ durch (Online-Version [☞](#)). Das heißt *nicht nur* lesen, sondern Sie sollten sich auch mit der Bedienung des Prolog-Systems vertraut machen. Unter <https://hu.berlin/swi> finden Sie eine Kurzanleitung dazu. Sie sollten auf jeden Fall dazu in der Lage sein, z. B. die Beispiele aus dem Buch in Prolog auszuprobieren.
- (b) Gegeben sei folgendes Prologprogramm.

```

1      weißer_zauberer(gandalf).
2      freund(frodo,sam).
3      unterstützt(saruman,sauron).
4      unterstützt(X,frodo) :- weißer_zauberer(X).
5      unterstützt(X,frodo) :- freund(frodo,X).
6      ringgemeinschaft(aragon).
7      ringgemeinschaft(X) :- unterstützt(X,frodo).
8      ringträger(frodo).
9      saurons_feind(X) :- ringträger(X).
10     saurons_feind(X) :- ringgemeinschaft(X).

```

Wie reagiert Prolog auf die folgenden Anfragen:¹

- (i) $?- \text{weißer_zauberer}(\text{sauron})$. (iv) $?- \text{freund}(\text{frodo},\text{sam})$.
- (ii) $?- \text{unterstützt}(\text{aragon},\text{frodo})$. (v) $?- \text{unterstützt}(_,\text{sauron})$.
- (iii) $?- \text{unterstützt}(\text{X},\text{frodo})$. (vi) $?- \text{saurons_feind}(\text{X})$.

- (c) Stellen Sie dem in (b) gegebenen Prologprogramm die Zeile

```
1      weißer_zauberer(saruman).
```

voran. Wie reagiert Prolog nun auf die Anfrage $?- \text{saurons_feind}(\text{X})$.?¹ Begründen Sie!

¹Gemeint ist die vollständige Ausgabe von Prolog.