

# Logik in der Informatik

Wintersemester 2025/2026

## Übungsblatt 1

**Abgabe:** bis 27. Oktober 2025, 13.<sup>00</sup> Uhr

Bitte beachten Sie für die Abgabe Ihrer Lösung die Vorgaben auf unserer Webseite

<https://hu.berlin/Loginf>.

Für dieses Übungsblatt und **alle** folgenden gilt: Eine Aufgabe gilt nur dann als vollständig bearbeitet, wenn neben der Lösung auch die notwendigen Begründungen angegeben sind – es sei denn, in der Aufgabenstellung steht explizit, dass eine solche Begründung nicht erforderlich ist.

### Aufgabe 1:

(Moodle-Quiz)

Absolvieren Sie das Quiz 1 auf der Moodle-Plattform.

### Aufgabe 2:

(Präsenzaufgabe)

Gegeben sei die folgende aussagenlogische Formel  $\psi := (\neg A_3 \wedge ((A_1 \rightarrow A_2) \rightarrow (\neg A_1 \vee A_3)))$ .

- (a) Beweisen Sie, dass  $\psi$  zur Menge AL gehört.
- (b) Geben Sie den Syntaxbaum der Formel  $\psi$  in seiner Kurzform an.
- (c) Berechnen Sie den Wert  $\llbracket \psi \rrbracket^{\mathcal{I}}$  unter der Interpretation  $\mathcal{I}: \text{AS} \rightarrow \{0, 1\}$  mit  $\mathcal{I}(A_2) = 1$  und  $\mathcal{I}(A_i) := 0$  für alle  $i \in \mathbb{N} \setminus \{2\}$  in nachvollziehbaren Schritten.

### Aufgabe 3: Rezept-Amnesie

(40 Punkte)

Verzweifelt steht der Pionier vor dem Manufaktor, den er soeben auf der fremden Welt von `Massage-2(A-B)b` platziert hat. Der Manufaktor sollte eigentlich einen besseren Treibstoff für die Kohlegeneratoren herstellen, aber der Pionier weiß nicht mehr, welche der Erze **Caterium**, **Eisen**, **Kupfer** und **Uran** dafür benötigt werden. Eifrig schlägt er im Ficsit-Ratgeber nach. Diesem zufolge sind die folgenden Regeln einzuhalten:

**Regel 1:** Der Manufaktor verwendet **Kupfererz** oder **Cateriumerz** oder wenigstens **Eisenerz**.

**Regel 2:** Falls **Eisenerz** verwendet wird, wird auch **Kupfer-** oder **Cateriumerz** verwendet – auf keinen Fall darf man dann aber **Uranerz** benutzen.

**Regel 3:** **Kupfer-** und **Cateriumerz** können nur dann zusammen genutzt werden, wenn auch **Uranerz** verwendet wird.

**Regel 4:** **Cateriumerz** wird verwendet, wenn **Eisen-** oder **Kupfererz** verwendet wird, und umgekehrt.

- (a) Übersetzen Sie die obigen vier Regeln in aussagenlogische Formeln  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  und  $\varphi_4$ , welche den Inhalt der jeweiligen Regel widerspiegeln. Benutzen Sie dafür die Aussagensymbole  $C, E, K$ , und  $U$  mit der Bedeutung, dass der Manufaktor **C**ateriumerz, **E**isenerz, **K**upfererz oder **U**ranerz verwendet.
- (b) Konstruieren Sie eine Formel  $\varphi$ , die nur die Aussagensymbole  $C, E, K$  und  $U$  benutzt und ausdrückt, dass alle vier Regeln eingehalten werden müssen.
- (c) Stellen Sie die Wahrheitstafel für die Formel  $\varphi$  auf.  
*Bitte beachten Sie, dass wir Ihre Lösung nur dann bewerten, wenn Sie die Aussagensymbole  $C, E, K$  und  $U$  in der Wahrheitstafel in alphabetischer Reihenfolge aufführen und die Vereinbarung hinsichtlich Wahrheitstafeln im Skript auf Seite 35 oben einhalten.*
- (d) Ein Warnhinweis im Ficsit-Ratgeber macht auf die Gefahren beim Umgang mit Uranerz aufmerksam. Aber muss sich der Pionier darum überhaupt sorgen? Das heißt, gibt es eine erfüllende Interpretation  $\mathcal{I}$  der Formel  $\varphi$  mit  $\mathcal{I}(U) = 1$ ? Geben Sie eine solche Interpretation  $\mathcal{I}$  an oder zeigen Sie, dass keine solche Interpretation existiert.
- (e) Um seine Effektivitätsquote zu halten, will der Pionier möglichst wenig Erze zum Manufaktor bringen müssen. Geben Sie ein Modell  $\mathcal{I}_{\min}$  für  $\varphi$  an, bei dem die Anzahl der mit wahr interpretierten Aussagensymbole minimal ist. Zeigen Sie, dass Ihre Lösung korrekt ist.

#### Aufgabe 4:

(20 Punkte)

- (a) Arbeiten Sie Kapitel 1 des Buchs „Learn Prolog Now!“ durch (Online-Version ↗ ). Das heißt *nicht nur* lesen, sondern Sie sollten sich auch mit der Bedienung des Prolog-Systems vertraut machen. Unter <https://hu.berlin/swi> finden Sie eine Kurzanleitung dazu. Sie sollten auf jeden Fall dazu in der Lage sein, z. B. die Beispiele aus dem Buch in Prolog auszuprobieren.
- (b) Gegeben sei folgendes Prologprogramm.

```

1    weißer_zauberer(gandalf).
2    freund(frodo,sam).
3    unterstützt(saruman,sauron).
4    unterstützt(X,frodo) :- weißer_zauberer(X).
5    unterstützt(X,frodo) :- freund(frodo,X).
6    ringgemeinschaft(aragon).
7    ringgemeinschaft(X):- unterstützt(X, frodo).
8    ringträger(frodo).
9    saurons_feind(X) :- ringträger(X).
10   saurons_feind(X) :- ringgemeinschaft(X).
```

Wie reagiert Prolog auf die folgenden Anfragen:<sup>1</sup>

- (i) `?- weißer_zauberer(sauron).`      (iv) `?- freund(frodo,sam).`  
(ii) `?- unterstützt(aragon,frodo).`      (v) `?- unterstützt(_,sauron).`  
(iii) `?- unterstützt(X,frodo).`      (vi) `?- saurons_feind(X).`
- (c) Stellen Sie dem in (b) gegebenen Prologprogramm die Zeile

```
1    weißer_zauberer(saruman).
```

voran. Wie reagiert Prolog nun auf die Anfrage `?- saurons_feind(X).`?<sup>1</sup>Begründen Sie!

<sup>1</sup>Gemeint ist die vollständige Ausgabe von Prolog.