Humboldt-Universität zu Berlin
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Dr. André Frochaux
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

31. Januar 2024

Einführung in die Datenbanktheorie

Wintersemester 2023/2024

Übungsblatt 11

Zu bearbeiten bis: *7. Februar 2024, 15:00 Uhr*

Aufgabe 1: **($3 * 4 + 6 + 6$ Punkte)**

(a) Finden Sie für jede der folgenden Anfragen eine Formulierung in der relationalen Algebra (benannte Perspektive):

- **(i)** Finde alle 2-Tupel von Schauspielern, die in mindestens einem Film gemeinsam mitgespielt haben.
- **(ii)** Finde alle 2-Tupel von Schauspielern, die in genau denselben Filmen mitgespielt haben.
- **(iii)** Finde alle Schauspieler, die nur in solchen Filmen mitgespielt haben, bei denen sie selbst oder Alfred Hitchcock Regie geführt haben.

(b) Welche Anfrage (in Worten) wird durch den folgenden Ausdruck beschrieben ?

$$\pi_{1,2}(Kinos \ltimes_{x_1=y_1} (\pi_1(\sigma_{3=\text{"Manfred Krug"}}(Filme)) - \pi_2(Programm)))$$

(c) Sei θ die positive konjunktive Join-Bedingung $x_1{=}y_3 \wedge x_2{=}y_1 \wedge x_3{=}y_2$. Seien R und S Relationssymbole der Stelligkeit ≥ 3. Wie lässt sich der Ausdruck $R \ltimes_\theta S$ in der relationalen Algebra (unbenannte Perspektive) ausdrücken?

Aufgabe 2: **($6 + 6$ Punkte)**

Seien R und S Relationssymbole der Stelligkeit 2 und sei $c \in \textbf{dom}$.

(a) Geben Sie einen Ausdruck Q_1 der relationalen Algebra (unbenannte Perspektive) an, der <u>nicht</u> den Selektionsoperator benutzt, so dass für alle Datenbanken $\mathbf{I}$ vom Schema $\{R, S\}$ gilt:

$$[\![Q_1]\!](\mathbf{I}) \;=\; \mathbf{I}(R) \cap \mathbf{I}(S).$$

(b) Geben Sie einen Ausdruck Q_2 der relationalen Algebra (unbenannte Prespektive) an, der <u>nicht</u> den Selektionsoperator benutzt, und der die selbe Anfragefunktion beschreibt wie der Ausdruck

$$\sigma_{1=c}(R).$$

Aufgabe 3: **($4 * 4 + 2 * 6 + 6$ Punkte)**

(a) Geben Sie zu jeder der Anfragen aus Aufgabe 1(a) eine bereichsunabhängige Formulierung im Relationenkalkül an.

(b) Entscheiden Sie für jede der folgenden CALC-Anfragen, ob sie zur Anfragesprache CALC_{sr} gehört:

$$\Big\{ \ (x_R) \ : \ \exists x_S \Big(\textit{Filme}(\text{"Boxhagener Platz"}, x_R, x_S) \lor \forall y_s \big(\textit{Filme}(\text{"Herr Lehman"}, x_R, x_S) \big) \Big) \ \Big\}$$

$$\Big\{ \ (x_T) \ : \ \exists x_K \exists x_Z \Big(\textit{Programm}(x_K, x_T, x_Z) \land \forall y_K \forall y_Z \big(\textit{Programm}(y_K, x_T, y_Z) \to y_Z{=}x_Z \big) \Big) \ \Big\}$$

(c) Gehören *alle* Anfragen aus CALC_{di} zu CALC_{sr}?

Aufgabe 4: **(15 + 15 Punkte)**

Sei $\mathbf{S}$ ein Datenbankschema mit mindestens einem Relationssymbol der Stelligkeit $\geqslant 2$. Zeigen Sie, dass die folgenden Probleme unentscheidbar sind.

(a) QUERY CONTAINMENT PROBLEM FÜR CALC[$\mathbf{S}$]-ANFRAGEN IN DER adom-SEMANTIK

Eingabe: CALC-Anfragen Q_1 und Q_2 über $\mathbf{S}$

Frage: Gilt $Q_1 \sqsubseteq_{\text{adom}} Q_2$, d.h. gilt für alle Datenbanken $\mathbf{I}$ vom Schema $\mathbf{S}$, dass $[\![Q_1]\!]_{\text{adom}}(\mathbf{I}) \subseteq [\![Q_2]\!]_{\text{adom}}(\mathbf{I})$?

(b) ÄQUIVALENZPROBLEM FÜR CALC[$\mathbf{S}$]-ANFRAGEN IN DER adom-SEMANTIK

Eingabe: CALC-Anfragen Q_1 und Q_2 über $\mathbf{S}$

Frage: Gilt $Q_1 \equiv_{\text{adom}} Q_2$, d.h. gilt für alle Datenbanken $\mathbf{I}$ vom Schema $\mathbf{S}$, dass $[\![Q_1]\!]_{\text{adom}}(\mathbf{I}) = [\![Q_2]\!]_{\text{adom}}(\mathbf{I})$?

Zusatzaufgabe: **(25 + 25 Punkte)**

(a) Zeigen Sie, dass keiner der Operatoren π, $\cup$, $-$, $\times$ der relationalen Algebra redundant ist.

Zu zeigen ist also, dass das Weglassen jedes einzelnen der Operatoren π, $\cup$, $-$, $\times$ zu einer Algebra führt, die manche in der relationalen Algebra ausdrückbaren Anfragefunktionen nicht beschreiben kann.

(b) Sei E ein 2-stelliges Relationssymbol. Ein Element $v_0 \in \mathbf{dom}$ *liegt auf einem Kreis in* $\mathbf{I} \in \textit{inst}(\{E\})$, falls es ein $k \geqslant 1$ und Elemente $v_1, \ldots, v_{k-1} \in \mathbf{dom}$ gibt, so dass

$$\Big\{ \ (v_0, v_1)\,, \ (v_1, v_2)\,, \ (v_2, v_3)\,, \ \ldots, \ (v_{k-2}, v_{k-1})\,, \ (v_{k-1}, v_0) \ \Big\} \ \subseteq \ \mathbf{I}(E)$$

Beweisen Sie, dass die Anfrage q mit $q(\mathbf{I}) := \big\{ v \in \mathbf{dom} \ : \ v \text{ liegt auf einem Kreis in } \mathbf{I} \big\}$ nicht im relationaler Algebra beschrieben werden kann.