

# Einführung in die Datenbanktheorie

Wintersemester 2023/2024

## Übungsblatt 9

**Zu bearbeiten bis:** 17. Januar 2024, 15:00 Uhr

**Aufgabe 1:** **(6 \* 3 + 22 = 40 Punkte)**

Betrachten Sie das Datalog-Programm  $P$ , welches aus folgenden Regeln besteht.

$$\begin{aligned}R(x) &\leftarrow S(x) \\ B(x) &\leftarrow R(y), E(x, y) \\ R(x) &\leftarrow B(y), E(x, y) \\ F(x) &\leftarrow B(x), R(x)\end{aligned}$$

Einer Datenbankinstanz  $\mathbf{I}$  vom Schema  $edb(P)$  ordnen wir den gerichteten Graphen  $G = (V^G, E^G)$  mit  $V^G = \text{adom}(\mathbf{I})$  und  $E^G = \mathbf{I}(E)$  zu, und wir betrachten die Knoten in  $\mathbf{I}(S)$  als „speziell gefärbte“ Knoten von  $G$ .

(a) Geben Sie umgangssprachliche Beschreibungen der durch

$$Q_R := (P, R), \quad Q_B := (P, B), \quad Q_F := (P, F)$$

definierten Anfragefunktionen an.

(b) Einem *endlichen ungerichteten* Graphen  $G = (V^G, E^G)$  mit einem einzelnen speziell gefärbten Knoten  $s \in V^G$  ordnen wir die Datenbank  $\mathbf{I}_{G,s}$  mit  $\mathbf{I}_{G,s}(E) = \{(u, v), (v, u) : \{u, v\} \in E^G\}$  und  $\mathbf{I}_{G,s}(S) = \{s\}$  zu. Für welche zusammenhängenden endlichen ungerichteten Graphen  $G$  mit speziell gefärbtem Knoten  $s$  gilt  $\llbracket Q_F \rrbracket(\mathbf{I}_{G,s}) = \emptyset$ ?

Begründen Sie Ihre Antwort!

**Aufgabe 2:** **(25 Punkte)**

Beweisen Sie Satz 4.11, d.h. zeigen Sie, dass Folgendes gilt: Für jede Datalog-Anfrage  $Q$  ist die Anfragefunktion  $\llbracket Q \rrbracket$  abgeschlossen unter  $\text{adom}(Q)$ -Homomorphismen.

**Aufgabe 3:****(15 + 20 = 35 Punkte)**

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$  ein Alphabet. Für ein Wort  $w \in \Sigma^*$  gibt  $|w|_a$  an, wie oft der Buchstabe  $a$  im Wort  $w$  vorkommt. Beispielsweise, gilt  $|ababba|_a = 3$ . Weiterhin sei

$$\mathbf{S}_\Sigma := \{\text{Succ}, \text{Min}, \text{Max}\} \cup \{P_\alpha : \alpha \in \Sigma\},$$

wie in der Vorlesung definiert.

- (a) Gibt es eine Datalog-Anfrage  $Q_1 = (P_1, \text{Ans}_1)$  mit  $\text{edb}(P_1) = \mathbf{S}_\Sigma$ , so dass für alle  $w \in \Sigma^+$  gilt:

$$\llbracket Q_1 \rrbracket(\mathbf{I}_w) = \text{“ja”} \iff |w|_a \text{ ist gerade.}$$

- (b) Gibt es eine Datalog-Anfrage  $Q_2 = (P_2, \text{Ans}_2)$  mit  $\text{edb}(P_2) = \mathbf{S}_\Sigma \setminus \{\text{Max}\}$ , so dass für alle  $w \in \Sigma^+$  gilt:

$$\llbracket Q_2 \rrbracket(\mathbf{I}_w) = \text{“ja”} \iff |w|_a \text{ ist gerade.}$$

Beweisen Sie jeweils, dass Ihre Antwort korrekt ist.